

Une méthode d'analyse du risque de défaillance au sein du portefeuille de prêts hypothécaires canadiens

Moez Souissi

Au Canada, le crédit hypothécaire à l'habitation représente près de 47 % du portefeuille de prêts des banques commerciales. Malgré cette forte exposition des banques aux marchés immobilier et hypothécaire résidentiels, l'essentiel du risque de défaillance est assumé par les assureurs hypothécaires¹. Même si, à l'heure actuelle, le taux de défaillance sur les prêts hypothécaires avoisine son creux historique, il est important d'améliorer notre capacité d'évaluer les risques que les marchés résidentiels font peser sur le système financier.

Il serait utile, par exemple, d'évaluer l'incidence d'un ralentissement aussi important que celui observé sur le marché canadien du logement au début des années 1990 ou que celui en cours aux États-Unis² sur le risque de défaillance des emprunteurs hypothécaires, en particulier dans le cas des prêts à ratio prêt-valeur élevé.

Le présent article décrit une méthode d'analyse des vulnérabilités du marché hypothécaire canadien fondée sur l'évaluation d'options. Nous limitons notre examen aux défaillances découlant de décisions purement financières, en nous appuyant sur le principe microéconomique selon lequel la défaillance peut résulter d'une décision rationnelle prise en réponse à une évolution défavorable du marché du logement. Notre méthode ne prend pas en compte les défauts de paiement involontaires attribuables à des contraintes de revenu, tels que ceux causés par la perte d'un emploi.

Pour illustrer les applications possibles de cette méthode, nous évaluons le risque de défaillance à l'égard du portefeuille total de prêts hypothécaires canadiens dans le cadre d'un scénario de baisse du prix des logements. Nous utilisons à cette fin la distribution empirique des ratios prêt-valeur pour l'année 2006 tirée de l'enquête Canadian Financial Monitor (CFM), menée par Ipsos Reid Canada³.

Le modèle

Un nombre croissant d'études traitent du risque de défaillance des emprunteurs hypothécaires et de son lien avec le prix des maisons et les taux d'intérêt. Se fondant sur la théorie des options, certains chercheurs soutiennent que, dans un marché parfaitement concurrentiel, l'emprunteur hypothécaire peut accroître sa richesse en manquant à ses obligations financières lorsque la valeur de marché de son prêt hypothécaire est supérieure ou égale à celle de la garantie, directement liée au prix du logement.

De fait, si la responsabilité de l'emprunteur est limitée, que les frais de transaction sont négligeables et qu'il n'y a aucune autre raison de changer de logement, la défaillance peut être considérée comme une décision financière distincte de la décision concernant le logement proprement dit, et il est alors possible de faire appel au modèle de Merton utilisé pour l'évaluation des prêts aux entreprises⁴.

C'est à partir de cette approche que nous analysons ici la décision d'un emprunteur hypothécaire de faire défaut. Nous employons pour cela un modèle théorique d'évaluation des actifs contingents comportant deux facteurs. Initialement conçu pour l'évaluation des contrats hypothécaires⁵,

1. Au Canada, les prêts hypothécaires assortis d'une mise de fonds de moins de 20 % doivent être assurés. Au quatrième trimestre de 2006, la part des prêts assurés dans l'encours total des prêts hypothécaires à l'habitation des banques commerciales dépassait 45 %. Les prêts non assurés présentent un faible risque de défaillance, car ils sont adossés à des garanties relativement importantes.

2. Aux États-Unis, la plus forte baisse enregistrée récemment sur le marché du logement a été la diminution cumulative de 8,1 % du prix de revente nominal médian entre juin 2005 et octobre 2006 (National Association of Realtors). Il convient toutefois de noter que cette mesure du prix des logements a augmenté depuis.

3. Pour en savoir plus sur les données de cette enquête, voir Faruqui, Lai et Tractlet (2006).

4. Deng, Quigley et Van Order (2000) ainsi que Kau et autres (1995) présentent une analyse approfondie de la question.

5. Comme le soulignent Chatterjee, Edmister et Flatfield (1998), le modèle à deux facteurs permet de bien prévoir la valeur d'un prêt hypothécaire sur le marché.

ce modèle génère l'information nécessaire au calcul de la probabilité de défaillance à l'égard de tout contrat de prêt hypothécaire à taux fixe⁶.

Le premier facteur du modèle est le prix des logements, qui, par hypothèse, suit un mouvement brownien géométrique classique — l'équivalent en temps continu d'une marche aléatoire avec dérive. Le rendement tiré de la propriété d'un logement a deux sources : la plus-value que le propriétaire réalise sur ce dernier et la valeur du flux des services qu'il en reçoit s'il y habite.

Le second facteur est le taux d'intérêt à court terme. Nous faisons l'hypothèse que le taux d'intérêt suit un processus de retour à la moyenne. Ce processus suppose que le taux d'intérêt retourne à sa moyenne de long terme à une vitesse donnée, mais que cette évolution est constamment perturbée par des chocs stochastiques.

Dans notre modèle, l'emprunteur a trois options pour chaque combinaison possible du prix des logements et du taux d'intérêt sur la durée du contrat : effectuer le versement prévu, manquer à ses engagements financiers ou rembourser le prêt de façon anticipée.

La possibilité de défaillance est assimilée à une option de vente, car elle permet à l'emprunteur hypothécaire de vendre le logement au prêteur à un prix égal au solde impayé du prêt. Cette option devient attrayante si l'espérance de la valeur actualisée des sommes qui restent à verser s'élève au-dessus de la valeur du logement sur le marché.

L'emprunteur a aussi la possibilité de rembourser le prêt par anticipation⁷, c'est-à-dire de le refinancer. Cette possibilité est traitée ici comme une option d'achat, puisqu'elle permet à l'emprunteur de racheter toutes les obligations qu'il avait contractées au titre du prêt à un prix équivalent au solde restant dû. Le remboursement anticipé est intéressant si le taux d'intérêt descend suffisamment au-dessous du taux fixe du prêt pour que l'espérance de la valeur actualisée des paiements à venir excède le solde du prêt.

Il convient de noter que les prêts hypothécaires fermés ne peuvent généralement pas être remboursés avant l'échéance sans pénalité. Au Canada, la pénalité correspond le plus souvent au plus élevé des deux montants suivants : trois mois d'intérêts

ou le différentiel de taux appliqué au solde impayé. Pour simplifier, nous utilisons le premier.

Par ailleurs, l'emprunteur peut non seulement choisir de manquer à ses obligations ou de rembourser son prêt tout de suite, mais il peut aussi remettre sa décision à la période suivante pour voir si cela lui rapporterait davantage.

Ainsi, à chaque période, l'emprunteur résout un problème dynamique : il considère les options qui s'offrent à lui aujourd'hui ainsi que toutes celles qu'il aura d'ici la fin du contrat. L'emprunteur connaît également la valeur de son logement sur le marché et celle du taux d'intérêt à chaque instant. Compte tenu de ces valeurs et des processus qui, par hypothèse, dictent l'évolution de ces variables dans le temps, il anticipe les valeurs possibles de son logement et du taux d'intérêt à la prochaine période, ainsi que leurs probabilités respectives. À partir de ces valeurs, il détermine s'il est moins coûteux de manquer à ses engagements, de rembourser son prêt ou d'effectuer le versement prévu.

Limites de la méthode proposée

Quelques mises en garde s'imposent concernant notre approche :

- Nous supposons que la responsabilité de l'emprunteur est limitée. Cette hypothèse peut amener à surestimer le risque de défaillance des prêts hypothécaires, puisque, au Canada, les emprunteurs demeurent responsables de la différence entre le solde impayé de leur prêt et la valeur présente du logement.
- Comme il a déjà été mentionné, notre méthode fait abstraction des contraintes de revenu.
- Nous ne considérons pas non plus les coûts associés à la perte de réputation d'un emprunteur en situation de défaillance. Or, ces coûts peuvent être importants (Kau, Keenan et Kim, 1994). Il se peut que les emprunteurs ayant des antécédents de défaillance aient plus de difficulté à obtenir du crédit à l'avenir, de sorte que notre estimation de la probabilité de défaillance pourrait être trop élevée. Les coûts de ce type pourraient être pris en compte dans le processus de décision en majorant d'autant le solde du prêt au moment de la défaillance.
- Comme nous l'avons indiqué ci-dessus, le remboursement anticipé peut être interprété comme un refinancement. Bien que celui-ci, comme le remboursement anticipé, mette fin au contrat hypothécaire en vigueur, il implique aussi l'octroi d'un nouveau prêt hypothécaire à l'égard duquel l'emprunteur peut

6. Nous n'examinons que les prêts à taux fixe, qui représentent environ 75 % de l'encours total des prêts hypothécaires au Canada.

7. Comme l'indiquent Deng et Gabriel (2006) ainsi que Deng, Quigley et Van Order (2000), on ne peut calculer la valeur économique exacte de l'option de la défaillance sans tenir compte en même temps de l'incitation financière à rembourser la totalité de l'emprunt.

Tableau 1

Paramètres du modèle dans le scénario de base

Paramètres	Scénario de base
Durée du prêt hypothécaire	5 ans
Période d'amortissement	25 ans
Taux initial du prêt hypothécaire	$r_c = 5,70 \%$
Taux d'augmentation attendu du prix nominal des logements	$\alpha = 6,50 \%$
Taux d'intérêt à un mois initial	$r_0 = 3,00 \%$
Frais de transaction en cas de remboursement anticipé (trois mois d'intérêts, en dollars)	1 % du solde du prêt

Nota : Les valeurs des autres paramètres relatifs à l'évolution stochastique du prix des logements et du taux d'intérêt sont les suivantes : l'écart-type des variations aléatoires du prix des logements est estimé (sur la période 2001-2006) à 4 % par an; l'écart-type des variations aléatoires du taux d'intérêt et le paramètre représentant la vitesse à laquelle le taux d'intérêt revient à sa moyenne sont établis respectivement à 10 points de base et à 25 % par année. Ces valeurs sont du même ordre que celles obtenues par McManus et Watt (1999) et Bolder (2001).

manquer à ses obligations. Cette possibilité n'est pas modélisée ici parce qu'elle compliquerait trop l'analyse. Par conséquent, la probabilité de défaillance calculée à un instant précis est spécifique au contrat de prêt initial. Cette façon de procéder conduit à sous-estimer la probabilité de défaillance, puisque nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a aucune défaillance sur les prêts hypothécaires refinancés.

Les simulations

Les simulations illustrent comment le modèle peut servir à analyser l'incidence d'une diminution du prix des logements sur les défaillances à l'égard de prêts hypothécaires⁸.

Nous mesurons le taux de défaillance *global* en deux étapes. Nous calculons d'abord les probabilités de défaillance pour divers ratios prêt-valeur selon le modèle d'évaluation des options décrit plus haut. Puis nous estimons le taux de défaillance global en appliquant ces probabilités à la distribution empirique des ratios prêt-valeur établie à partir de la base de données CFM.

Paramètres des simulations

Nous considérons un propriétaire représentatif qui a contracté un prêt hypothécaire venant à échéance au bout de 5 ans et amorti sur 25 ans.

À des fins d'illustration, le modèle a été étalonné de manière à refléter le plus possible la situation économique observée au Canada entre le premier trimestre de 2001 et le premier trimestre de 2006. Il s'agit de notre scénario de base. Nous avons utilisé les valeurs moyennes, sur cette période, du taux hypothécaire à cinq ans actualisé, du taux d'augmentation du prix nominal des logements et du taux des bons du Trésor à un mois. La valeur de ce dernier sert de taux d'actualisation initial; c'est aussi à cette valeur que le taux d'actualisation tend à retourner au cours de la période de cinq ans considérée. Nous faisons en outre l'hypothèse qu'un remboursement anticipé entraîne certains frais de transaction. Les paramètres retenus sont présentés au Tableau 1.

Après avoir évalué les probabilités de défaillance dans le scénario de base pour différents ratios prêt-valeur initiaux, nous faisons de même pour trois autres scénarios d'évolution du prix des logements.

Dans le premier de ces scénarios (le scénario modéré), nous supposons que le prix des logements augmente de 2,5 % l'an. Dans le deuxième scénario,

8. On peut utiliser la même méthode pour examiner l'incidence potentielle d'une variation des taux d'intérêt.

très défavorable, le prix nominal des logements diminue au rythme annuel de 2 % (soit celui observé entre les premiers trimestres de 1990 et de 1995). Dans le troisième et dernier scénario, dit « extrême », le prix nominal des logements recule de 5 % chaque année; sa baisse traduit un repli du prix réel des logements équivalent à celui survenu au début des années 1990. Tous les autres paramètres prennent des valeurs identiques à celles du scénario de base⁹.

Résultats

Les résultats de nos simulations sont résumés au Tableau 2. Les six premières colonnes indiquent les probabilités cumulatives de défaillance sur les cinq années d'un prêt hypothécaire pour divers ratios prêt-valeur.

Conformément aux attentes, la probabilité de défaillance croît avec le ratio prêt-valeur¹⁰ et décroît avec le taux d'augmentation du prix des logements. Dans le scénario de base (hausse du prix des logements), par exemple, la probabilité que la défaillance représente la décision optimale est de 0,05 % dans le cas d'un prêt correspondant initialement à 75 % de la valeur du logement. Cette probabilité est plus élevée (0,77 %) dans le scénario défavorable. Dans le cas d'un prêt couvrant la totalité de la valeur du bien acquis, ces probabilités passent à 3,8 % dans le scénario de base et à 12,1 % dans le scénario défavorable.

Pour un ratio prêt-valeur donné, la probabilité cumulative de défaillance sur cinq ans peut être interprétée comme la proportion des défauts de paiement sur les prêts hypothécaires caractérisés par ce ratio prêt-valeur et conclus cinq ans auparavant.

Le taux de défaillance global est une moyenne pondérée obtenue en multipliant ces probabilités cumulatives par les pondérations tirées de la distribution empirique des ratios prêt-valeur. Pour simplifier, nous avons utilisé dans nos exemples la distribution de 2006 décrite au Tableau 3.

Tableau 2

Probabilités de défaillance à la date d'échéance (en pourcentage)

Ratios prêt-valeur						Taux de défaillance global
40 %	75 %	80 %	90 %	95 %	100 %	
Scénario de base ($\alpha = 6,50 \%$)						
0,00	0,05	0,36	1,39	2,62	3,80	0,31
Scénario modéré ($\alpha = 2,5 \%$)						
0,00	0,19	1,08	2,51	5,10	6,98	0,63
Scénario défavorable ($\alpha = -2 \%$)						
0,00	0,77	2,89	5,53	9,11	12,10	1,35
Scénario extrême ($\alpha = -5 \%$)						
0,00	2,01	5,96	8,13	12,47	16,22	2,25

Tableau 3

Distribution des prêts hypothécaires en 2006 selon le ratio prêt-valeur

(en pourcentage de la valeur du bien immobilier)

Ratios prêt-valeur	Fréquence
Moins de 75	79,45
De 75 à 80	5,34
De 80 à 90	8,81
De 90 à 95	1,53
De 95 à 100	0,00
100 et plus	4,87

9. Pour mieux rendre compte du niveau actuel des taux d'intérêt, nous avons aussi mené des simulations où le taux d'actualisation initial (ainsi que le niveau vers lequel le taux d'intérêt revient au cours de la période considérée) est fixé à 4,5 %. Nos résultats ont été à peu près les mêmes.
10. Ce résultat cadre avec les pratiques en matière d'assurance. En effet, la prime d'assurance versée par un emprunteur hypothécaire dont la mise de fonds est inférieure à 20 % augmente avec le ratio prêt-valeur.

Dans ce qui suit, nous comparons les taux de défaillance estimés aux taux de défaillance observés. Les premiers diffèrent des seconds du fait que notre modèle ne tient compte que des prêts hypothécaires à taux fixe. Or, les données réelles englobent aussi les défaillances sur les prêts à taux variable, qui peuvent être plus sensibles aux variations de taux d'intérêt. Cette comparaison ne vise qu'à vérifier sommairement si nos estimations se situent à l'intérieur de la plage des taux enregistrés dans le passé.

Les taux de défaillance estimés nous paraissent plausibles et généralement comparables aux taux de défaillance observés. Le taux de défaillance global estimé selon le scénario de base (0,31 %) est légèrement supérieur au taux constaté en 2006 (0,23 %).

Nos résultats indiquent également que le taux de défaillance grimperait à 1,35 % s'il survenait une baisse persistante du prix des logements semblable à celle observée entre les premiers trimestres de 1990 et de 1995. Ce taux est supérieur au sommet atteint au Canada au premier trimestre de 1992 (0,62 %¹¹). Ce résultat s'explique par le fait que, comme nous l'avons indiqué plus haut, l'hypothèse de la responsabilité limitée de l'emprunteur peut amener à surestimer le risque de défaillance, surtout dans les scénarios où les défaillances sont plus probables (c.-à-d. lorsque le prix des logements diminue). Le taux de défaillance est encore plus élevé dans le scénario extrême (2,25 %).

Ces taux de défaillance ne reflètent pas les pertes effectives des banques et des assureurs hypothécaires, car la perte découlant d'une défaillance à l'égard d'un prêt hypothécaire est bien inférieure au solde impayé; selon nos informations, elle correspondrait à environ 10 % du solde du prêt.

Ces comparaisons doivent toutefois être interprétées avec prudence, étant donné les limites mentionnées précédemment. Elles donnent néanmoins à penser que notre méthodologie pourrait être utile pour analyser le comportement du portefeuille de prêts hypothécaires canadiens en situation de crise.

Conclusions

Nous avons employé ici un modèle d'évaluation des actifs contingents pour analyser l'incidence des variations du prix des logements sur la décision des emprunteurs de faire défaut.

11. Ce taux de défaillance de 0,62 % correspond à la proportion des prêts hypothécaires accusant un retard de paiement d'au moins trois mois. Ce n'est que depuis 1997 qu'il existe des données exprimées en pourcentage de la valeur des actifs.

Notre méthode présente certaines limites. Notons en particulier qu'il est très difficile sur le plan technique d'intégrer à notre modèle des facteurs permettant de prendre en compte d'autres aspects importants de la décision de faire défaut, comme le risque de baisse du revenu. De plus, il existe une autre option, outre la défaillance et le remboursement du prêt, que nous ne modélisons pas explicitement : la possibilité pour l'emprunteur de refinancer son prêt à un nouveau taux hypothécaire. Cette modification nécessiterait l'ajout d'une troisième variable stochastique, ce qui rendrait la résolution du modèle extrêmement complexe.

Toutefois, dans l'ensemble, la méthode décrite nous paraît utile pour évaluer le risque de défaillance sur les prêts hypothécaires selon divers scénarios et hypothèses d'évolution de la distribution des ratios prêt-valeur.

Bibliographie

- Bolder, D. J. (2001). *Affine Term-Structure Models: Theory and Implementation*, document de travail n° 2001-15, Banque du Canada.
- Chatterjee, A., R. O. Edmister et G. B. Flatfield (1998). « An Empirical Investigation of Alternative Contingent Claims Models for Pricing Residential Mortgages », *Journal of Real Estate Finance and Economics*, vol. 17, n° 2, p. 139-162.
- Deng, Y., et S. Gabriel (2006). « Risk-Based Pricing and the Enhancement of Mortgage Credit Availability among Underserved and Higher Credit-Risk Populations », *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 38, n° 6, p. 1431-1460.
- Deng, Y., J. M. Quigley et R. Van Order (2000). « Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options », *Econometrica*, vol. 68, n° 2, p. 275-307.
- Faruqui, U., S. Lai et V. Tractlet (2006). « Une analyse de la situation financière du secteur des ménages effectuée à l'aide de microdonnées », *Revue du système financier*, Banque du Canada, décembre, p. 11-18.
- Kau, J. B., D. C. Keenan et T. Kim (1994). « Default Probabilities for Mortgages », *Journal of Urban Economics*, vol. 35, n° 3, p. 278-296.

- Kau, J. B., D. C. Keenan, W. J. Muller III et J. F. Epperson (1995). « The Valuation at Origination of Fixed-Rate Mortgages with Default and Prepayment », *Journal of Real Estate Finance and Economics*, vol. 11, n^o 1, p. 5-36.
- McManus, D., et D. Watt (1999). *Estimating One-Factor Models of Short-Term Interest Rates*, document de travail n^o 99-18, Banque du Canada.