

Le modèle canadien de gestion de la dette

David Jamieson Bolder, département des Marchés financiers

- *L'objectif que poursuit le gouvernement canadien dans la gestion du portefeuille de la dette intérieure est de s'assurer un financement stable et à faible coût, propre à combler ses besoins opérationnels. La Banque du Canada fournit au gouvernement des analyses et des conseils ayant trait à la gestion de ce portefeuille.*
- *Pour bien s'acquitter de cette mission difficile, le personnel de la Banque a construit un modèle mathématique qui permet d'examiner et de comparer divers modes de financement du portefeuille de la dette.*
- *Une stratégie d'emprunt repose sur un grand nombre de facteurs, dont plusieurs sont inconnus du gestionnaire de la dette ou échappent à son contrôle. Parmi ceux-ci figurent l'évolution future des taux d'intérêt, les variables macroéconomiques et la politique budgétaire de l'État.*
- *Le présent article décrit les caractéristiques fondamentales du modèle ainsi que ses principales données d'entrée et de sortie.*

À titre d'agent financier du gouvernement, la Banque du Canada fournit des analyses et des conseils ayant trait à la gestion du portefeuille de la dette publique intérieure. Les décisions en matière de gestion de la dette doivent s'appuyer sur des hypothèses concernant les taux d'intérêt futurs, la tenue de l'économie et la politique budgétaire; or, lorsqu'une stratégie de financement est arrêtée, aucun de ces facteurs n'est connu avec certitude. En outre, le gouvernement dispose de plusieurs options de financement (bons du Trésor, obligations nominales et obligations indexées sur l'inflation) pour respecter son objectif de réduire au maximum les charges d'intérêt tout en adoptant un profil de risque prudent et en favorisant le bon fonctionnement des marchés des titres d'État. Le personnel de la Banque a par conséquent élaboré un modèle mathématique pour soutenir le processus décisionnel. Le présent article expose les aspects clés du problème que doit résoudre le gestionnaire de la dette ainsi que les principales hypothèses à la base du modèle de gestion de la dette; certains résultats issus du modèle sont en outre présentés à titre illustratif.

La mission du gestionnaire de la dette

Les gestionnaires de la dette responsables de la stratégie de financement de l'État ont la difficile tâche de choisir une stratégie qui réduira au maximum le coût de la dette étant donné certaines limites de risque¹. Au cours d'une année donnée, l'État doit emprunter pour financer tout excédent de ses dépenses sur ses recettes

1. Dans le contexte canadien, cela signifie qu'ils déterminent les proportions respectives des titres à rendement nominal et des titres indexés dans le portefeuille de la dette ainsi que la structure de leurs échéances.

et rembourser les titres précédemment émis et venant à échéance. Ses besoins d'emprunt dépendent donc de ses décisions antérieures en matière d'émission et de son solde budgétaire courant (excédent ou déficit), lequel est tributaire de la tenue générale de l'économie et de la politique budgétaire. Le défi du gestionnaire de la dette consiste à choisir une stratégie qui permette de financer ces besoins d'emprunt et respecte les grands objectifs du gouvernement.

Le défi du gestionnaire consiste à choisir une stratégie qui permette de financer les besoins d'emprunt du gouvernement et respecte les grands objectifs de ce dernier.

Cette situation n'est pas très différente de celle des ménages, qui doivent établir quelle proportion de leurs besoins d'emprunt découlant d'un écart entre leurs dépenses de consommation ou d'investissement et leur revenu seront financés au moyen d'un prêt hypothécaire, d'un prêt sur carte de crédit et d'un prêt consenti par le vendeur. Le ménage doit déterminer le poids relatif de chaque type de dette de manière à réduire au maximum les coûts de financement, mais ce n'est pas là son seul objectif. Il peut, par exemple, décider de fixer le taux de son prêt hypothécaire pour une longue période (dix ans) à un niveau supérieur à celui qu'il obtiendrait dans l'immédiat pour un prêt hypothécaire à taux variable, en vue de s'assurer des coûts de financement stables. Essentiellement, l'élimination de l'incertitude réduit le risque. Nous pouvons donc voir que, même dans le cas des ménages, les objectifs d'emprunt reflètent à la fois des considérations de coût et de risque. De fait, selon un principe d'économie financière, la réduction du risque suppose invariablement un coût².

Dans la pratique, la situation est plus complexe dans le cas de l'État que dans celui des ménages, pour diverses raisons dont les suivantes :

- les besoins d'emprunt de l'État sont considérables, de sorte qu'une variation substantielle des proportions relatives de titres émis peut

2. En finance, les arbitrages s'opèrent habituellement entre le risque et le rendement, mais ils peuvent aussi se faire entre le risque et le coût. Une hausse du coût équivaut en effet à une réduction du rendement.

influer sur les conditions du marché et, par tant, sur les charges d'intérêt;

- les options de financement qui s'offrent au gouvernement sont plus variées et plus complexes que celles dont disposent les ménages, d'où un éventail de taux d'intérêt possibles;
- l'interaction entre les recettes et les dépenses de l'État — sa politique budgétaire — complique l'analyse. Contrairement aux revenus des ménages, généralement constitués de salaires, les recettes de l'État sont une fonction complexe de diverses politiques fiscales et grands macroéconomiques, et les programmes de dépenses publiques sont eux aussi très tributaires de l'évolution de la conjoncture macroéconomique;
- une autre différence est que l'État doit emprunter à répétition. Il est donc avantageux pour lui de favoriser le maintien de marchés profonds et liquides pour le financement de ses opérations, afin d'abaisser durablement ses coûts d'emprunt plutôt que d'exploiter les variations temporaires des cours du marché en vue de réduire ses coûts à court terme.

Description du modèle

Utilisés en sciences physiques comme en sciences sociales, les modèles sont essentiellement des représentations mathématiques des phénomènes du monde réel. Ils aident à comprendre et à résoudre des problèmes pratiques en permettant l'examen et la comparaison de diverses options. Pour le gestionnaire de la dette, il s'agit de comparer les risques et les coûts associés à diverses stratégies de financement. Bien que le modèle produise des comparaisons tout à fait valables, il ne remplace pas le jugement dans la prise de décisions. Le gestionnaire expérimenté a acquis des connaissances pratiques, de l'intuition et du jugement en matière de stratégies de financement et conjugue ces facteurs qualitatifs avec les résultats quantitatifs du modèle pour déterminer une stratégie de gestion de la dette.

Bien que le modèle produise des comparaisons tout à fait valables, il ne remplace pas le jugement dans la prise de décisions.

La construction d'un modèle requiert une description explicite des principales données du problème. Or il existe bien des façons de décrire un élément déterminé, et celles-ci nécessitent l'utilisation d'hypothèses. Il est important de comprendre que tous les modèles intègrent des hypothèses. De plus, le modèle ne doit être ni trop complexe, ni trop simple. La représentation que le modèle de gestion de la dette offre du problème tente de concilier tous ces facteurs. Le problème que le gestionnaire doit résoudre comporte quatre aspects :

- 1) la stratégie de financement;
- 2) l'incertitude concernant l'avenir;
- 3) les rouages de la gestion de la dette et la mécanique budgétaire;
- 4) l'ensemble des objectifs stratégiques.

La présente section aborde tour à tour chacun de ces aspects pour donner un aperçu de l'approche générale.

La stratégie de financement

L'élément central du modèle de gestion de la dette est la stratégie de financement. Mathématiquement, la stratégie de financement se définit comme un ensemble de pondérations dont la somme égale un et qui établissent la proportion de nouvelles émissions pour chacune des options de financement du gouvernement. À l'heure actuelle, ces options comprennent les bons du Trésor à 3 mois, 6 mois et 12 mois, les obligations à coupons nominales à échéance de 2 ans, 5 ans, 10 ans et 30 ans, et les obligations indexées à échéance de 30 ans³. Le modèle comprend donc huit pondérations ou options de financement, et la description quantitative de la répartition de la dette entre ces options permet de comprendre comment différentes décisions influent sur les caractéristiques de risque et de coût du portefeuille. Le modèle postule en outre que la stratégie d'emprunt ne change pas au fil du temps, c'est-à-dire que la répartition de la dette ne varie pas d'une année à l'autre à seule fin de réduire les coûts à court terme. Ces principes de base permettent de donner une définition brève et mathématiquement précise de la stratégie de financement d'un État⁴. Ils traduisent aussi le fait que le gouvernement canadien

3. Voir respectivement Boisvert et Harvey (1998) et Côté et autres (1996) pour en savoir plus sur les bons du Trésor et les obligations indexées du gouvernement canadien. Branion (1995) traite en détail des obligations à coupons nominales.

4. Pour des précisions sur cet aspect du modèle, se reporter à Bolder (2003).

n'a pas l'habitude de modifier radicalement sa stratégie d'emprunt d'une année à l'autre.

La notion d'incertitude

Si le gestionnaire de la dette pouvait prévoir avec certitude le sentier d'évolution de l'économie canadienne et des taux d'intérêt, il serait relativement aisé de déterminer la stratégie de financement la plus avantageuse pour le gouvernement. L'absence d'incertitude suppose l'absence de risque; sans risque, le gestionnaire optera tout simplement pour la stratégie la moins coûteuse. En présence de risque, il doit adopter une approche qui intègre de manière systématique un élément d'incertitude concernant le comportement futur de l'économie et des taux d'intérêt. Le modèle suppose par conséquent que l'évolution aléatoire de l'économie et des taux d'intérêt canadiens peut être décrite à l'aide d'un modèle statistique de forme réduite dont les paramètres sont estimés à partir de données historiques⁵.

Le modèle statistique en question n'est pas le fruit d'une approche unique, mais bien de plusieurs, car si l'on se fondait sur une seule conception de l'incertitude concernant l'avenir, on s'exposerait en cours d'analyse à une erreur de spécification de la composante statistique⁶. C'est pourquoi nous avons mis en œuvre et évalué un large éventail de modèles statistiques qui appréhendent chacun de façon légèrement différente l'incertitude avec laquelle doivent composer les responsables des politiques. Dans chaque cas, la conjoncture macroéconomique est représentée par l'écart de production, le taux d'inflation et le taux directeur de la banque centrale. On tient pour acquis que le loyer de l'argent dépend de ces grandeurs macroéconomiques et d'une série de variables relatives à la structure des taux d'intérêt. Les modèles diffèrent entre eux par la description qu'ils font de l'interaction entre les principales variables macroéconomiques et les taux d'intérêt, ainsi que de la structure fondamentale des taux d'intérêt dans le modèle statistique.

La Figure 1 illustre l'évolution moyenne de l'inflation, de l'écart de production, du taux directeur et des taux

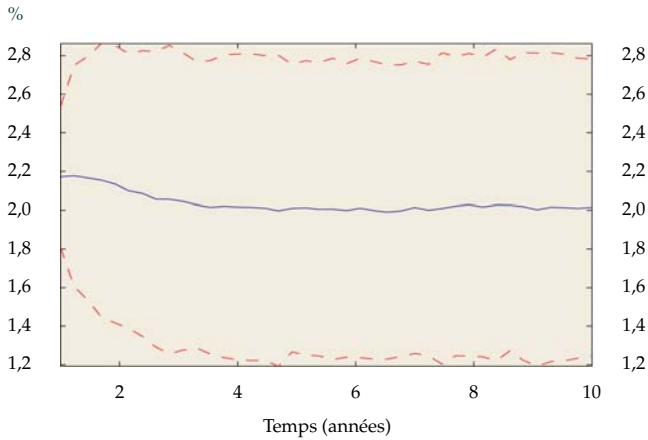
5. La structure du modèle statistique est exposée en détail dans une série de documents de travail de la Banque du Canada. Voir, par exemple, Bolder (2001, 2002 et 2006) de même que Bolder et Liu (2007).

6. En termes plus formels, le fait de pouvoir utiliser différentes approches nous met à l'abri de ce que nous appelons dans nos recommandations de politique le « risque de modèle ». Dans une étude récente, Bolder et Romanyuk (2008) examinent diverses techniques statistiques permettant de combiner différentes approches au sein d'un même modèle.

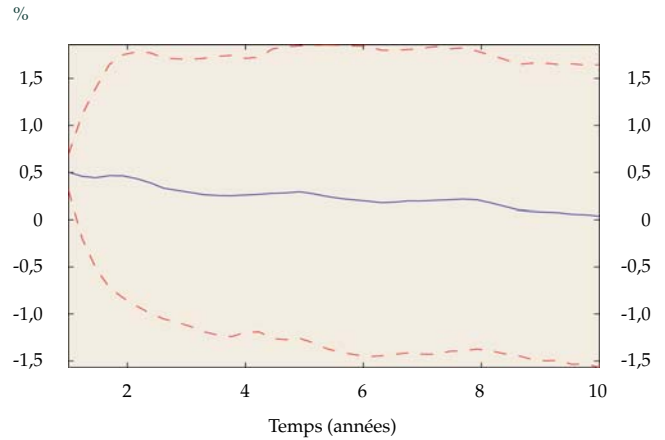
Figure 1

Le modèle de gestion de la dette : intrants essentiels

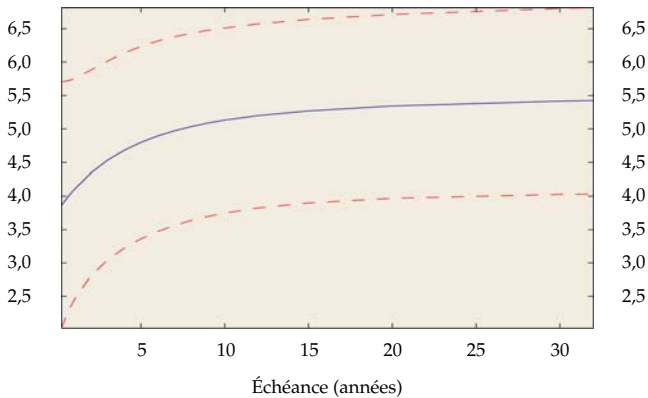
Inflation



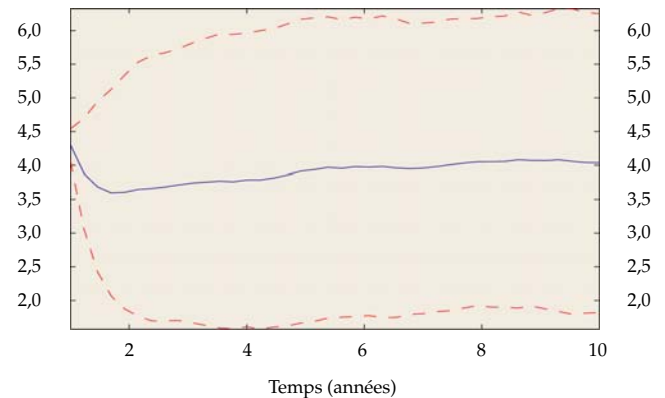
Écart de production



Taux coupon zéro



Taux directeur de la banque centrale



— Moyenne - - - Intervalle de confiance à 95 %

d'intérêt, établie au moyen de 10 000 simulations effectuées avec l'un des modèles statistiques estimés sur données mensuelles pour la période de janvier 1994 à août 2007⁷. La ligne continue dans chaque quadrant représente la valeur moyenne, tandis que les lignes discontinues délimitent l'intervalle de confiance à 95 % associé à cette valeur. Bref, notre modèle statistique

7. Aucun des graphiques reproduits ici n'est fondé sur les données réelles utilisées dans l'analyse de la stratégie de gestion de la dette. Leur insertion vise simplement à illustrer un type d'analyse stylisée pour faire comprendre l'approche fondamentale du gouvernement. Les taux coupon zéro représentés dans le quadrant inférieur gauche de la Figure 1 sont des taux d'emprunt moyens pour différentes échéances à l'horizon de simulation. On désigne souvent cette relation sous le nom de « structure des taux d'intérêt ».

décrit comment les principales données du problème que doit résoudre le gestionnaire de la dette évoluent aléatoirement (et donc de façon incertaine).

Rouages de la gestion de la dette et mécanique budgétaire

La troisième composante du modèle de gestion de la dette fait intervenir ces intrants statistiques pour illustrer l'effet d'une stratégie de financement donnée sur des indicateurs clés. Pour cela, les rouages de la gestion de la dette publique et la mécanique budgétaire doivent être représentés dans le modèle. Ainsi, ce dernier se compose pour une large part d'expressions mathématiques qui décrivent : la structure des

échéances des titres émis; le mode de calcul des besoins d'emprunt annuels de l'État; le mode de financement de la dette échue et des nouveaux besoins d'emprunt; le mode de calcul des charges d'intérêt; et la manière dont ces éléments influent sur la taille et la composition du stock de la dette. On peut effectuer chacun de ces calculs pour une stratégie de financement donnée et un scénario particulier concernant l'évolution future de l'économie et des taux d'intérêt.

Comme il s'agit du cœur du modèle, il convient d'en faire une présentation un peu plus détaillée. Il faut trois paramètres fondamentaux pour exécuter le modèle. Premièrement, nous devons connaître l'encours de la dette fédérale, c'est-à-dire le montant des bons du Trésor, des obligations nominales et des obligations indexées⁸. Deuxièmement, nous devons extraire du modèle statistique une série de résultats macroéconomiques et de taux d'intérêt futurs. Enfin, nous avons besoin d'une stratégie de financement. À partir du stock de la dette, nous pouvons déterminer une série d'échéances connues dans l'avenir. Pour la première période, nous calculons les besoins de financement du gouvernement (y a-t-il un surplus ou un déficit?), qui dépendront de l'état de l'économie à cette période. En y ajoutant l'encours des titres qui arrivent à échéance, nous obtenons le montant des titres qui doivent être émis durant la première période. La stratégie de financement permet de déterminer quelle forme prendra l'émission et quelles en seront les conséquences pour le stock de la dette. Une fois le montant et la composition de l'émission déterminés, nous calculons la charge d'intérêt pour la première période, laquelle sera fonction des taux d'intérêt courants et antérieurs. On répète cette série d'étapes pour la période suivante, mais cette fois-ci l'exercice est un peu plus compliqué, car les résultats de la deuxième période dépendront de ceux de la première. Toutes ces opérations doivent être répétées pour chaque période de l'horizon temporel. L'algorithme de simulation est représenté schématiquement dans la Figure 2.

8. Le modèle prend aussi en compte les titres détenus par les particuliers, les instruments non négociables et la dette libellée en monnaies étrangères, mais seulement de façon déterministe. La complexité additionnelle que suppose la modélisation de ces parts relativement modestes de l'encours de la dette publique n'est pas contrebalancée par les avantages supplémentaires que procurerait leur inclusion dans le modèle. Il convient de souligner qu'il existe un modèle distinct pour les décisions relatives aux réserves de change de l'État; c'est de ce modèle que provient le montant de la dette libellée en monnaies étrangères du gouvernement canadien.

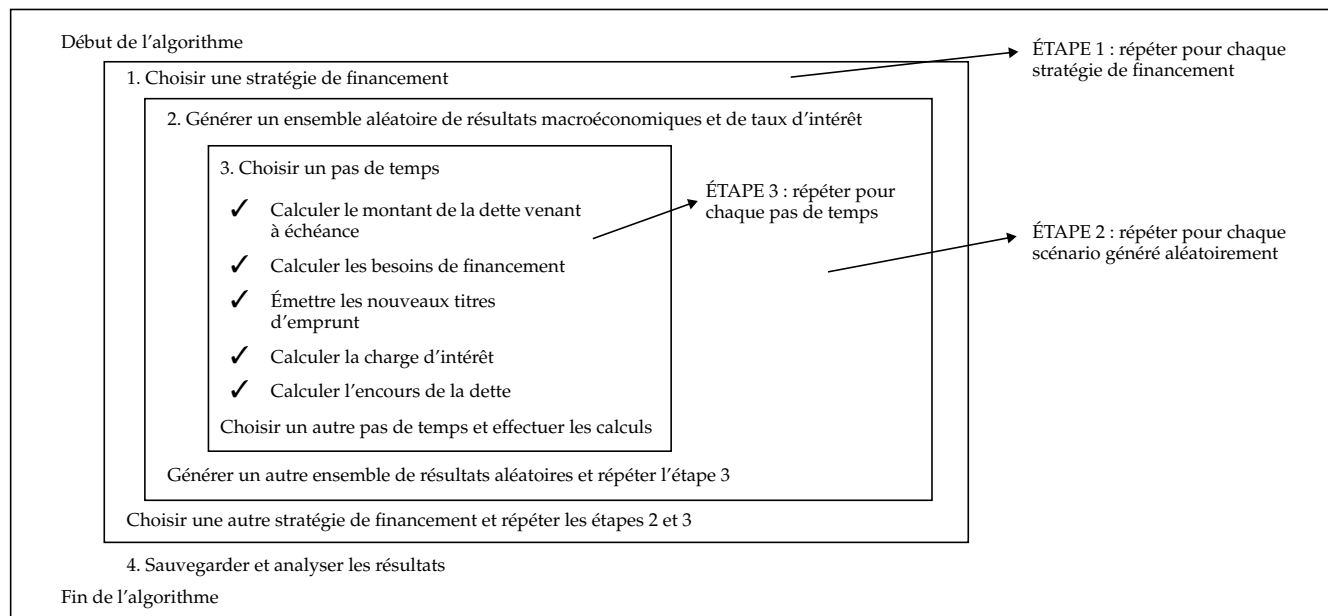
Jusqu'ici, nous nous sommes borné à calculer les volumes de dette pour une seule série de résultats générés par le modèle statistique. Cela renseigne peu sur l'incertitude à laquelle est confronté le gestionnaire de la dette. La solution consiste à répéter l'analyse précédente plusieurs milliers de fois afin de construire une distribution statistique des valeurs obtenues pour une stratégie de financement déterminée. Théoriquement, ces calculs répétés (appelés « simulations stochastiques » ou « simulations de Monte-Carlo ») permettent de mesurer l'efficacité d'une stratégie de financement donnée dans un très grand nombre de scénarios concernant l'évolution future de l'économie et des taux d'intérêt, qui sont cohérents dans le contexte de modèles particuliers. Les comparaisons entre différentes stratégies de financement sont essentiellement des comparaisons entre divers aspects de ces distributions. À titre illustratif, nous donnons un exemple simple d'utilisation du modèle de simulation stochastique. En nous servant d'un portefeuille d'emprunts récent, nous avons appliqué une stratégie de financement qui prévoyait une répartition égale du montant à émettre entre les divers instruments disponibles⁹. La Figure 3 présente — pour les 10 000 simulations résumées dans la Figure 1 — la charge d'intérêt, le solde budgétaire de l'État (surplus ou déficit), l'encours de la dette et la différence entre les recettes et les dépenses publiques à l'horizon de dix ans. On notera que la courbe des valeurs calculées est chaque fois entourée d'un intervalle de confiance à 95 % qui représente l'incertitude entachant l'évolution future de ces quatre variables. Le modèle peut fournir des renseignements beaucoup plus détaillés sur ces aspects particuliers du problème du gestionnaire de la dette¹⁰, mais la Figure 3 ne vise qu'à donner une idée générale des principaux extrants du modèle, afin de montrer comment celui-ci décrit avec richesse, pour n'importe quelle stratégie de financement, les principaux éléments de la stratégie de gestion de la dette publique et fournit une mesure de leur incertitude relative.

9. C'est ce qu'on appelle la méthode 1/N.

10. En particulier, le modèle calcule des statistiques sommaires de portefeuille, telles que la part de la dette à taux fixe, l'échéance résiduelle moyenne et la durée, ainsi que le montant émis pour chaque option de financement. Il comprend aussi différentes mesures du coût et du risque qui se rattachent à une stratégie donnée.

Figure 2

Le modèle de gestion de la dette : algorithme de simulation stochastique



Ces calculs répétés permettent de mesurer l'efficacité d'une stratégie de financement dans un très grand nombre de scénarios concernant l'évolution future de l'économie et des taux d'intérêt.

La situation déficitaire ou excédentaire du budget de l'État, ce que nous appelons la « mécanique budgétaire », dépend d'un certain nombre d'éléments : la politique financière du gouvernement, sa stratégie de financement et l'évolution de la conjoncture macroéconomique. Dans le modèle, nous ne tenons pas compte du fait que la comptabilisation de certains postes selon la comptabilité d'exercice peut introduire un écart entre les besoins d'emprunt établis suivant la comptabilité de caisse et le solde budgétaire du gouvernement; nous postulons simplement que, pour une année donnée, la variation de l'encours de la dette publique est égale au déficit annuel de l'État. Par ailleurs, nous supposons l'existence d'une relation particulière entre, d'une part, les recettes publiques et les dépenses autres que les charges d'intérêt (concept connu sous le nom de « solde primaire ») et, d'autre

part, la conjoncture macroéconomique. Sur la base de cette relation, nous calculons les besoins de financement du gouvernement en soustrayant le solde primaire des charges d'intérêt.

Le modèle permet aussi à l'État de se fixer un objectif annuel pour le remboursement de sa dette, ce qui suppose que son excédent budgétaire sera suffisamment élevé en temps normal pour que cette cible soit respectée. La Figure 3 présente le solde budgétaire généré par le modèle lorsque l'État prévoit rembourser trois milliards de dollars canadiens chaque année. En moyenne, le gouvernement respecte l'objectif visé, mais la somme effectivement remboursée est parfois supérieure ou inférieure à celui-ci. Enfin, nous n'imposons pas de bornes a priori aux stratégies de financement, notre dernière hypothèse concernant la gestion de la dette et la mécanique budgétaire étant que l'évolution des conditions macroéconomiques n'est pas influencée par la stratégie retenue¹¹. Considérons par exemple une stratégie extrême qui consisterait à émettre uniquement des bons du Trésor à trois mois. Une dette de 400 milliards de dollars canadiens exigerait l'émission annuelle d'environ 1,2 billion de dollars de bons du Trésor.

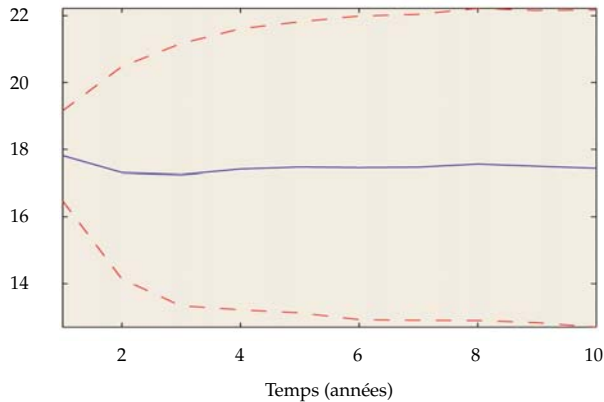
11. La stratégie de financement est censée dépendre des conditions macroéconomiques, mais, par souci de simplicité, nous supposons que l'inverse n'est pas vrai.

Figure 3

Le modèle de gestion de la dette : extrants essentiels

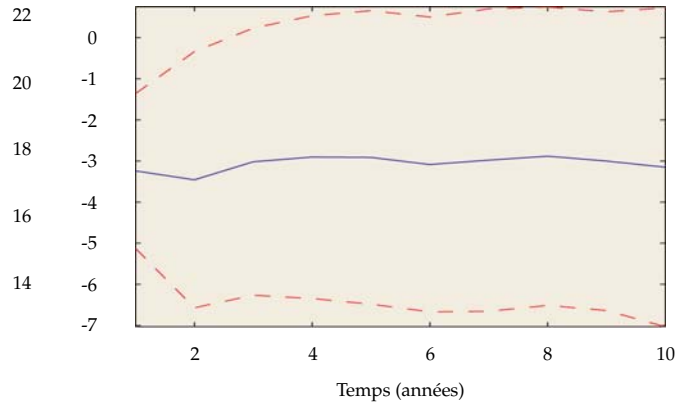
Charge d'intérêt

Milliards de dollars canadiens



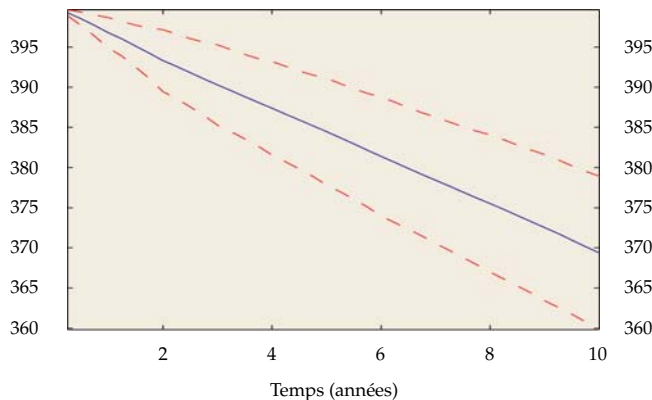
Variation de la dette publique

Milliards de dollars canadiens



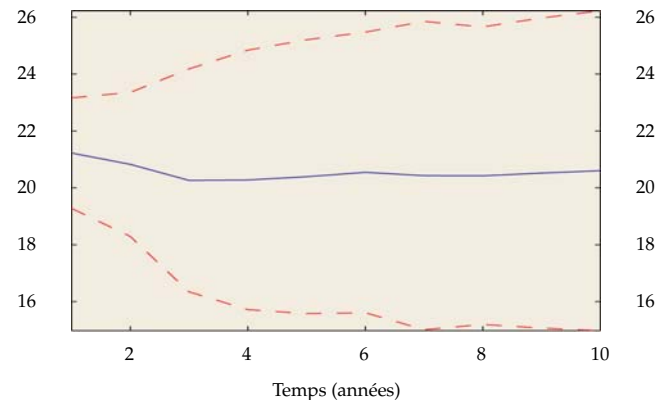
Encours de la dette

Milliards de dollars canadiens



Solde primaire

Milliards de dollars canadiens



— Moyenne - - - Intervalle de confiance à 95 %

Pour éviter de tels scénarios, que le marché pourrait difficilement supporter, le modèle comprend un facteur de correction du prix pour les très grosses émissions et les très petites émissions. Nous présumons que, si les montants se situent à l'intérieur de la fourchette fixée par le gouvernement pour les émissions de référence, les titres peuvent être émis aux prix du marché issus du modèle statistique. Si la taille de l'émission sort de la fourchette, le coût de financement s'accroît généralement de façon non linéaire¹². Il s'agit

essentiellement d'une fonction qui pénalise aussi bien les très petites que les très grosses émissions d'un instrument de financement donné. Cette fonction définit par conséquent d'une manière plus réaliste le coût qui peut être associé aux stratégies de financement extrêmes¹³.

12. Pour certains instruments, comme les bons du Trésor à trois mois et les obligations indexées, les coûts d'emprunt pourraient de fait baisser si la taille de l'émission diminue, en raison de l'inélasticité de la demande de ces instruments et du manque de substituts acceptables.

13. Il est difficile de déterminer les paramètres de cette fonction de pénalité. Mais l'important, c'est d'arriver à un résultat généralement raisonnable plutôt qu'à un résultat parfaitement juste. À l'heure actuelle, nous utilisons des valeurs modérées qui ont été établies par consensus et en étudiant les expériences passées, le cas échéant, et les marchés des titres d'État dans d'autres pays.

Objectifs stratégiques

Le dernier aspect du modèle de gestion de la dette a trait aux objectifs stratégiques du gouvernement, c'est-à-dire — d'un point de vue opérationnel — à la manière dont on définit le risque. La gestion de la dette s'est toujours appuyée sur une évaluation de l'arbitrage entre le niveau des charges d'intérêt et l'incertitude relative à celles-ci¹⁴. Dans ce type de cadre, par conséquent, le risque est habituellement défini comme l'incertitude entourant l'évolution future des coûts de financement. On peut aussi définir le risque autrement. En effet, le choix d'un portefeuille qui réduit au maximum l'incertitude budgétaire et tient compte en même temps du niveau et de la variabilité des coûts liés à la dette est utile dans une optique de politique budgétaire. Un degré plus élevé de certitude budgétaire favorise une plus grande stabilité des taux d'imposition et permet d'engager davantage de dépenses sur le long terme. Ces deux conceptions du risque sont des facteurs déterminants dans la prise de décision gouvernementale.

Dans ce type de cadre, le risque est habituellement défini comme l'incertitude entourant l'évolution future des coûts de financement.

Les objectifs stratégiques sont intégrés dans l'analyse en trois étapes. Premièrement, nous définissons une série d'objectifs stratégiques par rapport au programme de gestion de la dette. Ensuite, nous déterminons quel critère, d'après le modèle de gestion de la dette, rend le mieux compte de la réalisation de chaque objectif. Enfin, nous considérons toute une série de stratégies de financement et choisissons celle qui permet le mieux d'atteindre les critères relatifs aux objectifs stratégiques. Dans un exemple simple où l'État ne viserait qu'à minimiser le coût de l'émission de titres de dette, un critère raisonnable serait la moyenne des charges d'intérêt au cours de la période

14. La pente de la courbe des taux étant généralement positive, l'émission de titres nominaux à court terme est en moyenne moins coûteuse. Comme les taux d'intérêt nominaux à court terme sont plus volatils que les taux comparables à long terme, nous devons être disposés à accepter un plus fort degré d'incertitude en retour de frais d'intérêt moindres. Cette relation est moins évidente dans le cas des titres indexés.

de simulation. On pourrait alors choisir parmi un grand nombre de stratégies de financement celle qui a pour effet de minimiser cette moyenne à l'horizon de simulation. Dans la réalité, toutefois, les objectifs du gouvernement sont bien plus diversifiés, et trouver la stratégie de financement qui répond le mieux à une série d'objectifs stratégiques est beaucoup plus compliqué. C'est pourquoi nous avons conçu un module d'optimisation qui permet de définir avec souplesse et de diverses façons les objectifs de l'État¹⁵. On pourrait par exemple vouloir réduire au maximum les coûts de la dette sous réserve de contraintes concernant la variabilité des charges d'intérêt et le montant émis pour chacune des options de financement. S'il est possible d'utiliser le modèle de gestion de la dette sans recourir au module d'optimisation, celui-ci reste un outil précieux vu la complexité de la tâche.

Dans la prochaine section, le modèle sera utilisé conjointement avec le module d'optimisation afin d'illustrer comment le gestionnaire de la dette peut parvenir à minimiser le coût de financement lorsque le niveau de risque du portefeuille est soumis à une limite.

Application du modèle

L'objectif premier du gouvernement canadien en ce qui concerne la gestion du portefeuille de la dette intérieure est de s'« assurer un financement stable et à faible coût pour combler [ses] besoins opérationnels. L'un des objectifs connexes est de veiller au bon fonctionnement du marché de [ses] titres » (Canada, ministère des Finances, 2007).

Le risque est l'envers de la stabilité. En effet, abaisser le niveau de risque *au-dessous* d'un seuil donné équivaut à hausser le degré de stabilité *au-dessus* d'un seuil donné. Cet énoncé permet de mieux comprendre les notions de coût et de risque, mais il reste à les intégrer concrètement au modèle. Étant donné que le coût et le risque comportent de nombreuses dimensions, on peut définir de plusieurs manières les objectifs opérationnels du gouvernement en matière de gestion de la dette.

Définition du coût et du risque

Il est relativement simple d'établir le coût de la dette. Dans la présente analyse, nous avons retenu comme mesure la charge d'intérêt annuelle moyenne exprimée en pourcentage de l'encours total de la dette à

15. Le module d'optimisation est mathématiquement complexe et déborde le cadre de cet article. Les lecteurs intéressés sont priés de se reporter à Bolder et Rubin (2007).

l'horizon de simulation de dix ans. Il est avantageux d'exprimer le coût sous forme de pourcentage, car cette valeur demeure stable même lorsque le volume de la dette varie durant la période étudiée¹⁶. Le coût de la dette peut être mesuré de plusieurs manières, mais les résultats du modèle sont généralement peu sensibles au choix de la mesure. Par contre, il est plus ardu de définir le risque. Pour cela, deux questions doivent être résolues. Premièrement, comme nous l'avons déjà vu, tout dépend des objectifs stratégiques du gouvernement, et en particulier de la définition du risque. Celui-ci est-il défini par rapport à la variabilité des charges d'intérêt ou par rapport à celle des résultats budgétaires? En raison de l'incidence des charges d'intérêt sur le budget de l'État, ces deux perspectives sont liées. Deuxièmement, il faut déterminer quel type de risque intéresse le plus le gestionnaire de la dette : la variabilité moyenne des charges d'intérêt ou une mesure plus extrême de l'incertitude entourant celles-ci.

Il faut déterminer quel type de risque intéresse le plus le gestionnaire de la dette.

Ce ne sont pas là des questions faciles. Nous ne tenterons pas d'y répondre ici et présenterons plutôt les résultats observés pour quatre définitions différentes du risque. Nous allons comparer les portefeuilles optimaux que l'on obtient lorsque le gouvernement cherche à réduire au maximum les charges d'intérêt tout en respectant diverses contraintes imposées aux volatilités moyenne et extrême des charges d'intérêt et du solde budgétaire. Ces mesures moyennes et extrêmes du risque représentent différents aspects des distributions statistiques produites par le modèle de gestion de la dette. Aux fins de la présente analyse, notre mesure moyenne du risque lié à l'évolution des charges d'intérêt et du risque budgétaire est l'écart-type conditionnel des distributions de ces deux variables présentées dans la Figure 3. L'écart-type conditionnel (aussi connu sous le nom de « volatilité conditionnelle ») fournit une mesure synthétique de l'incertitude moyenne qui entoure l'évolution sur un

16. Comme nous supposons qu'il y a un remboursement net de la dette à chaque année, l'encours de la dette intérieure diminue en moyenne.

an des charges d'intérêt et du solde budgétaire, et ce, pour l'ensemble de la période de simulation de dix ans¹⁷ — c'est-à-dire une mesure du profil de risque moyen d'une stratégie de financement dans des conditions normales. En résumé, notre définition du risque moyen pour ce qui a trait à la variabilité des charges d'intérêt et du solde budgétaire repose sur les volatilités conditionnelles de ces deux variables à l'horizon de dix ans.

Les valeurs extrêmes présentent aussi un intérêt pour les gestionnaires de la dette. Pour interpréter ces valeurs, nous devons étudier les queues des distributions illustrées plus haut¹⁸. La principale mesure que nous utilisons est le « coût exposé au risque » (*Cost-at-Risk* ou CaR). Cette mesure existe en deux versions : le CaR absolu et le CaR relatif. Le CaR absolu correspond à la charge d'intérêt maximale pour une probabilité donnée. Il peut aussi être exprimé en termes de centile; par exemple, le CaR correspondant au 95^e centile indique que la charge d'intérêt payée par l'État ne dépassera pas ce montant 95 % du temps. Le CaR relatif — la mesure que nous emploierons dans l'analyse des valeurs extrêmes — est la différence entre le CaR absolu et la moyenne de la distribution. Si notre planification se fonde sur la moyenne de la distribution des charges d'intérêt (ou celle des soldes budgétaires), le CaR relatif indiquera par exemple que, 19 fois sur 20, la charge d'intérêt ne dépassera pas de plus de ce montant la valeur projetée. Nous adoptons une mesure analogue — appelée *Budget-at-Risk* ou valeur BaR — dans le cas du solde budgétaire. La valeur BaR absolue correspondant au 95^e centile indique que le déficit (ou surplus) budgétaire effectif du gouvernement ne sera pas plus élevé (ou plus faible) que cette valeur 19 fois sur 20. Dans ce qui suit, notre définition du risque extrême en ce qui concerne l'évolution des charges d'intérêt et du solde budgétaire est fondée sur le CaR relatif moyen et la valeur BaR relative moyenne, respectivement, à l'horizon de dix ans.

Portefeuilles optimaux

Nous pouvons maintenant nous servir des résultats obtenus avec le module d'optimisation pour établir des portefeuilles optimaux. Aux fins de la présente analyse, notre définition du terme « optimal »

17. Bolder (2003) définit formellement la volatilité conditionnelle et explique comment la calculer.

18. La queue d'une distribution se compose des valeurs qui sont éloignées de la moyenne et dont la probabilité est plus faible.

suppose que l'État cherche à réduire le plus possible le coût relatif de la dette au cours des dix prochaines années — ce que nous avons défini comme un *financement à faible coût* — sous réserve d'une seule contrainte de risque. Nous examinons tour à tour quatre contraintes différentes : volatilité moyenne et volatilité extrême des charges d'intérêt, ainsi que volatilité moyenne et volatilité extrême du solde budgétaire. Nous considérons en outre des valeurs limites pour chacune de ces définitions du risque et comparons les résultats.

Avant d'aller plus loin, quelques clarifications s'imposent. Premièrement, parmi l'éventail de modèles stochastiques à notre disposition, nous avons opté pour l'approche de Diebold et Li (2003) appliquée au modèle de Nelson et Siegel (1987), telle que la décrit Bolder (2006). Nous avons fixé le taux d'inflation moyen à long terme à 2 % et l'écart de production en longue période à zéro. Deuxièmement, les stratégies de financement comprennent l'émission de bons du Trésor à 3, 6 et 12 mois, l'émission d'obligations nominales à 2 ans, 5 ans, 10 ans et 30 ans, et l'émission d'obligations indexées à 30 ans. Enfin, nous postulons un objectif annuel de remboursement de la dette de 3 milliards de dollars canadiens.

À chacun des quadrants de la Figure 4 correspond l'une des définitions du risque données plus haut. Le gestionnaire optimisateur détermine conceptuellement les pondérations du portefeuille qui ont pour effet de minimiser la charge d'intérêt tout en respectant la limite de risque. Le niveau de risque est représenté en abscisse; plus on s'approche de l'origine, moins le risque est élevé. Les proportions de chacune des huit catégories de titres dans le portefeuille figurent en ordonnée; la pondération relative des titres définit la stratégie de financement associée à un niveau de risque donné. Dans tous les cas, la somme des pondérations est égale à un. Cette analyse vise surtout à montrer comment la composition du portefeuille évolue à mesure qu'on relâche la contrainte de risque.

Dans le quadrant supérieur gauche de la Figure 4, les stratégies de financement optimales sont représentées en fonction de la volatilité moyenne de la charge d'intérêt, qui va de 500 millions à 4,25 milliards de dollars canadiens. Pour lire ce quadrant, le plus simple est d'aller de la gauche vers la droite sur l'axe horizontal. On obtient la volatilité moyenne la plus faible (500 millions de dollars) en attribuant une pondération de quelque 23 % aux obligations nominales à 30 ans, de 52 % à celles de 10 ans, de 15 % à celles de 5 ans et de 10 % à celles de 2 ans. À mesure qu'on

relâche la contrainte de risque, les obligations à 30 ans et à 10 ans font place aux obligations à 2 ans et aux bons du Trésor. Lorsque la volatilité moyenne dépasse les 3,5 milliards de dollars, les pondérations se stabilisent : le portefeuille est composé à hauteur d'environ 90 % de bons du Trésor, surtout à 3 mois et à 6 mois, et compte un petit nombre d'obligations à 5 ans. Ces chiffres reflètent deux constats empiriques : la dette à long terme est refinancée beaucoup moins fréquemment que la dette à court terme, et les taux d'intérêt à court terme sont généralement plus volatils que les taux à long terme. Par conséquent, en refinançant plus fréquemment sa dette à court terme, le gouvernement s'expose à une variabilité plus élevée de ses charges d'intérêt. Il s'ensuit que les stratégies de financement qui attribuent des pondérations supérieures aux titres de dette à long terme garantissent habituellement une plus grande stabilité.

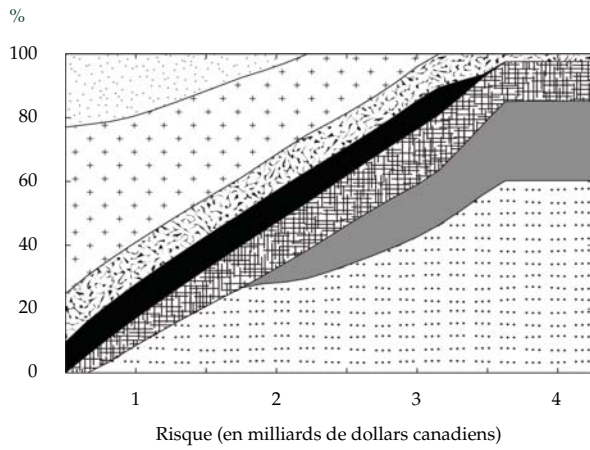
La composition du portefeuille de dette optimal peut varier sensiblement, selon que l'on cherche à réduire le plus possible le risque moyen ou le risque extrême.

Le quadrant inférieur gauche de la Figure 4 présente une analyse du même ordre pour la volatilité extrême de la charge d'intérêt. On y fait la même constatation : un niveau de risque moins élevé implique une plus forte proportion de titres à long terme. Toutefois, dans ce cas-ci, la part des titres à long terme requise pour ramener au minimum le niveau de risque est beaucoup plus élevée. Ainsi, pour limiter la volatilité extrême à 1 milliard de dollars canadiens, le portefeuille doit être constitué à hauteur d'environ 70 % et 16 %, respectivement, d'obligations nominales à 30 ans et à 10 ans, et le reste doit être partagé entre des obligations indexées à 30 ans et des obligations nominales à 5 ans. Ces résultats montrent que la composition du portefeuille de dette optimal peut varier sensiblement, selon que l'on cherche à réduire le plus possible le risque moyen ou le risque extrême. Les autres quadrants de la Figure 4 représentent les pondérations du portefeuille optimal en fonction des volatilités moyenne et extrême du solde budgétaire. Là encore, les résultats sont très différents de ceux obtenus lors de l'analyse de la volatilité de la charge

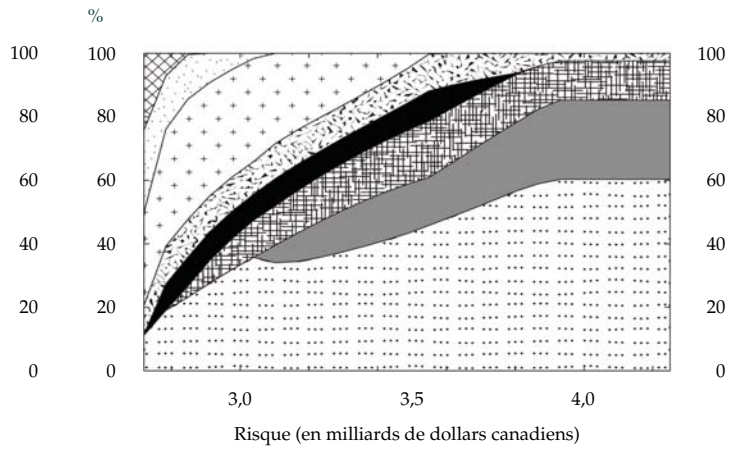
Figure 4

Module d'optimisation : pondérations au sein des portefeuilles optimaux

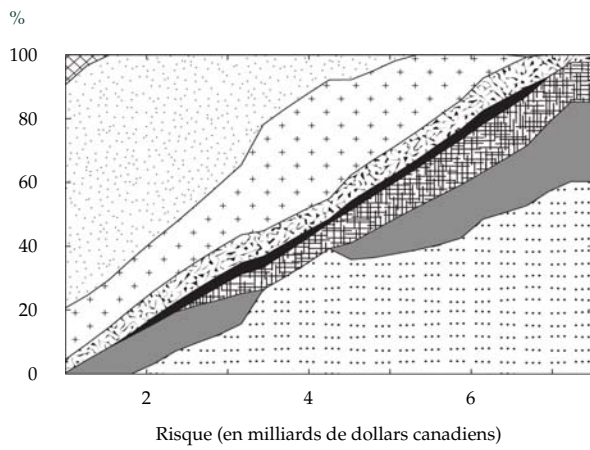
Volatilité moyenne de la charge d'intérêt



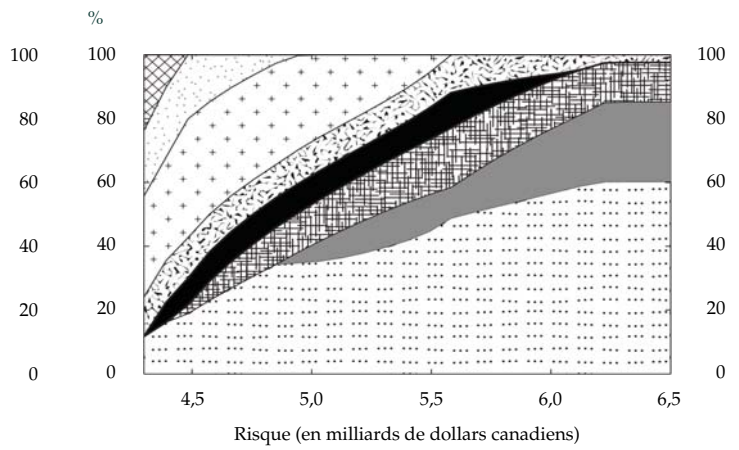
Volatilité moyenne du solde budgétaire



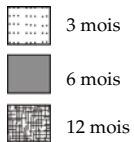
Volatilité extrême de la charge d'intérêt



Volatilité extrême du solde budgétaire



Bons du Trésor



Obligations à coupons nominales



d'intérêt. Le quadrant supérieur droit porte sur la volatilité moyenne du solde budgétaire. Le portefeuille le moins risqué (en l'occurrence, niveau de risque égal à 2,7 milliards de dollars canadiens) se compose dans une proportion de 75 % environ d'obligations nominales à 10 ans et à 30 ans et d'obligations indexées à 30 ans, pondérées plus ou moins également, et dans une proportion de quelque 25 % de bons du Trésor à 3 mois et d'obligations nominales à 5 ans, réparties à peu près également.

À mesure que la contrainte est relâchée, les pondérations du portefeuille optimal augmentent au profit des obligations à dix ans et des bons du Trésor. Toutefois, lorsque la volatilité du solde budgétaire dépasse les 3,75 milliards de dollars canadiens, le poids des obligations à 5 ans tombe à 5 % et celui des bons du Trésor grimpe à 95 %, ces derniers se composant à 60 % environ de bons à 3 mois. Fait à noter, les pondérations du portefeuille sont essentiellement les mêmes qu'il s'agisse de la volatilité moyenne ou de la volatilité extrême du solde budgétaire.

Il ressort clairement de cette analyse que des définitions différentes du risque impliquent des pondérations de portefeuille différentes. Par exemple, le gestionnaire de la dette qui se préoccupe davantage du risque budgétaire émettra beaucoup plus d'obligations indexées et de bons du Trésor que s'il se concentrait sur la volatilité des charges d'intérêt. Cette différence découle de la relation entre les recettes de l'État, les dépenses publiques et les charges d'intérêt. Rappelons que le solde budgétaire de l'État est calculé en soustrayant les charges d'intérêt du solde primaire. L'incertitude du solde budgétaire tient à la variabilité de la politique financière (c.-à-d. des recettes et des dépenses) du gouvernement, à la volatilité des charges d'intérêt et à l'interaction de ces deux facteurs. De toute évidence, la notion de risque budgétaire englobe celle du risque lié à la volatilité de la charge d'intérêt et elle est en même temps plus complexe.

Les obligations indexées et les bons du Trésor contribuent davantage à la maîtrise du risque budgétaire du fait qu'ils entraînent des charges d'intérêt qui, une fois conjuguées à l'interaction de la politique budgétaire et de la stratégie de financement de l'État, permettent de minimiser ce risque¹⁹. Il convient toutefois de souli-

19. Le raisonnement est le suivant : les portefeuilles composés pour une large part de bons du Trésor et d'obligations indexées s'accompagnent de charges d'intérêt généralement plus élevées (plus faibles) lorsque le solde primaire est lui aussi relativement élevé (relativement faible) et qu'il aide à se prémunir contre l'incertitude budgétaire. Cette situation découle de la relation (ordinairement) positive entre les taux d'intérêt à court terme, l'inflation et la production.

gner que les gestionnaires de la dette sont beaucoup plus en mesure d'agir sur l'évolution de la charge d'intérêt que sur le risque budgétaire. On le voit clairement en comparant les niveaux de risque minimaux atteignables dans les deux cas. Cela n'a rien d'étonnant, puisque, comme nous l'avons déjà dit, la variabilité des résultats budgétaires tient à l'incertitude des recettes et des dépenses de l'État, sur lesquelles le gestionnaire de la dette n'a aucune prise.

Arbitrage entre risque et coût

Il ne suffit pas de connaître la composition du portefeuille selon différentes définitions du risque et différents niveaux de risque. Nous devons aussi connaître le coût associé à chaque portefeuille (Figure 5). Chaque quadrant de la Figure 5 a son équivalent dans la Figure 4, l'axe horizontal étant le même dans tous les cas. Cependant, l'axe vertical dans les quadrants de la Figure 5 représente le coût anticipé du portefeuille en pourcentage, exprimé en fonction du niveau de risque. Les résultats sommaires reproduits dans cette figure dépendent dans une large mesure des hypothèses faites au sujet de la structure des taux d'intérêt à l'horizon d'analyse.

La forme des courbes présentées dans la Figure 5 cadre avec ce que prédit la théorie de la finance : la réduction du risque dans le portefeuille de la dette publique a un coût, et ce coût est l'augmentation de la charge d'intérêt. Ce ne sont toutefois que des résultats indicatifs. S'il est vrai que les résultats fondamentaux ne changent pas, la pente des courbes variera selon le modèle statistique qui aura été choisi et la période sur laquelle on se sera fondé pour estimer les paramètres du modèle.

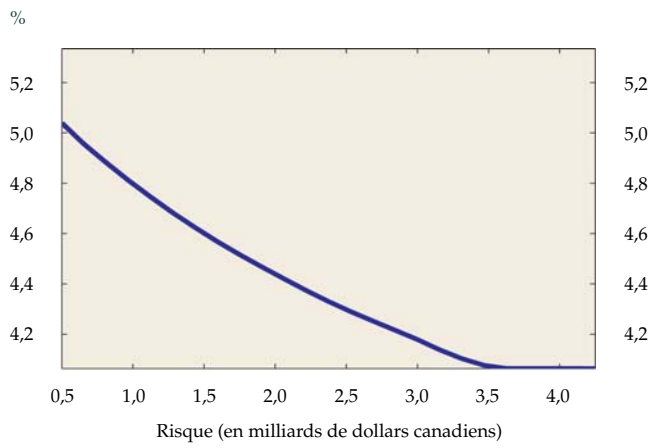
Cela dit, nous pouvons dégager quelques conclusions à partir des courbes de la Figure 5. Dans le quadrant supérieur gauche, lorsqu'on permet à la volatilité moyenne de la charge d'intérêt de passer de 500 millions à 4,25 milliards de dollars canadiens, le coût anticipé diminue d'environ 100 points de base²⁰. On constate la même chose pour les quatre définitions du risque, à quelques différences près. Premièrement, le différentiel de coût entre le portefeuille le moins risqué et le portefeuille le plus risqué est d'environ 100 points de base pour toutes les définitions du risque sauf en ce qui concerne la volatilité extrême de la charge d'intérêt, où il approche les 130 points. Cela signifie qu'il est relativement coûteux de ramener

20. Soit une réduction annuelle de 4 milliards de dollars canadiens environ dans le cas d'une dette de 400 milliards

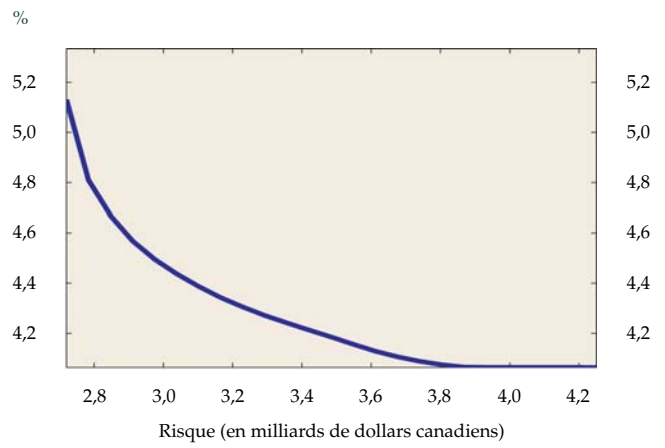
Figure 5

Module d'optimisation : arbitrage entre risque et coût

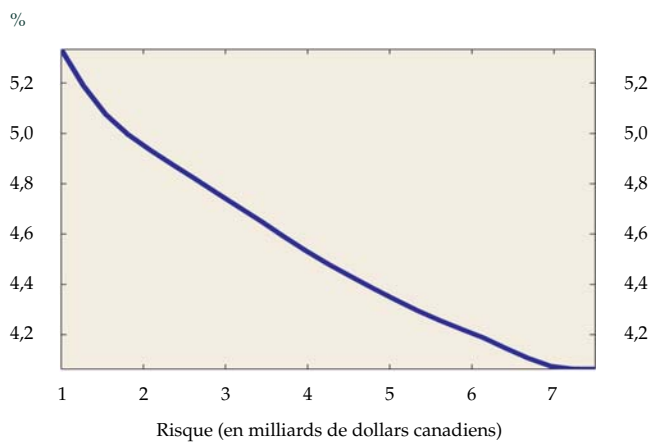
Volatilité moyenne de la charge d'intérêt



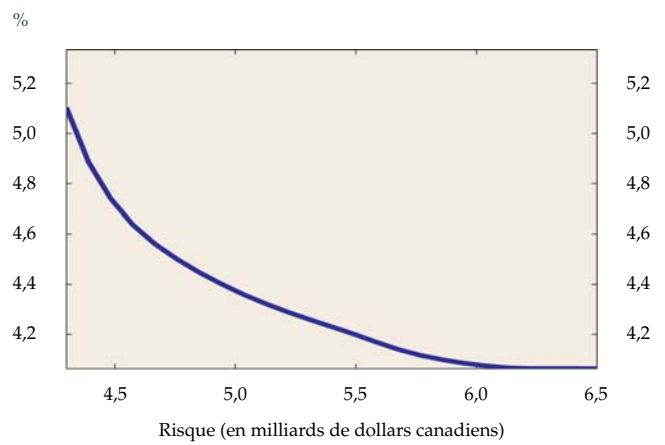
Volatilité moyenne du solde budgétaire



Volatilité extrême de la charge d'intérêt



Volatilité extrême du solde budgétaire



cette volatilité à zéro. Deuxièmement, la relation d'arbitrage entre le risque et le coût est presque linéaire dans le cas de la charge d'intérêt (pour les deux définitions), alors qu'elle affiche une courbure beaucoup plus accentuée dans le cas du risque budgétaire (pour les deux définitions là aussi). Il semble donc que, à partir d'un certain seuil, une petite réduction du risque budgétaire se traduit par une hausse substantielle du coût de financement.

Les gestionnaires de la dette ont tendance à accroître la proportion des instruments à long terme pour atténuer le risque.

En résumé, les figures 4 et 5 illustrent l'évolution des pondérations du portefeuille optimal et du coût de financement prévu pour diverses définitions du risque et différentes contraintes. Les résultats varient selon la limite de risque imposée, mais les gestionnaires de la dette ont tendance à accroître la proportion des instruments à long terme pour atténuer le risque. De plus, dans tous les cas, cette réduction du risque s'opère au prix d'une hausse de la charge d'intérêt prévue.

Conclusion

Afin de combler les besoins d'emprunt de l'État, notamment en lui procurant une source stable de financement à faible coût, le gestionnaire de la dette doit arrêter une stratégie de financement dans un contexte de forte incertitude quant à l'avenir. Compte tenu de la complexité de la tâche, le personnel de la Banque a mis au point un modèle mathématique pour aider les gestionnaires de la dette à mieux saisir les conséquences de leur choix de stratégie. Dans cet article, nous avons donné un aperçu de la structure du modèle canadien de gestion de la dette et montré comment ce dernier est utilisé dans la réalité. Les pondérations du portefeuille optimal et les courbes d'arbitrage risque-coût ont été établies pour différentes définitions du risque et des niveaux de risque variés. Des définitions distinctes du risque impliquent des résultats différents. C'est là une conclusion importante, qui met en lumière le rôle véritable de ce modèle — à savoir éclairer le gestionnaire de la dette dans la prise de décisions complexes, et non pas se substituer à l'intuition, à l'expérience et au jugement de celui-ci.

Articles et ouvrages cités

Boisvert, S., et N. Harvey (1998). « Les incidences de la diminution de l'offre de bons du Trésor sur le marché monétaire au Canada », *Revue de la Banque du Canada*, été, p. 53-69.

Bolder, D. J. (2001). *Affine Term-Structure Models: Theory and Implementation*, document de travail n° 2001-15, Banque du Canada.

——— (2002). *Towards a More Complete Debt Strategy Simulation Framework*, document de travail n° 2002-13, Banque du Canada.

——— (2003). *A Stochastic Simulation Framework for the Government of Canada's Debt Strategy*, document de travail n° 2003-10, Banque du Canada.

——— (2006). *Modelling Term-Structure Dynamics for Risk Management: A Practitioner's Perspective*, document de travail n° 2006-48, Banque du Canada.

Bolder, D. J., et S. Liu (2007). *Examining Simple Joint Macroeconomic and Term-Structure Models: A Practitioner's Perspective*, document de travail n° 2007-49, Banque du Canada.

Bolder, D. J., et Y. Romanyuk (2008). *Putting Your Eggs in More Than One Basket: Mitigating Model Risk for Interest-Rate Forecasts in Canada*, document de travail, Banque du Canada. À paraître.

Articles et ouvrages cités (suite)

- Bolder, D. J., et T. Rubin (2007). *Optimization in a Simulation Setting: Use of Function Approximation in Debt Strategy Analysis*, document de travail n° 2007-13, Banque du Canada.
- Branion, A. (1995). « Le marché des obligations du gouvernement canadien depuis 1980 », *Revue de la Banque du Canada*, automne, p. 3-21.
- Canada. Ministère des Finances (2007). *Stratégie de gestion de la dette 2007-2008*, le Ministère, p. 10.
- Côté, A., J. Jacob, J. Nelmes et M. Whittingham (1996). « Les attentes d'inflation et les obligations à rendement réel », *Revue de la Banque du Canada*, été, p. 41-53.
- Diebold, F. X., et C. Li (2003). *Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields*, document de travail, Université de Pennsylvanie.
- Nelson, C. R., et A. F. Siegel (1987). « Parsimonious Modeling of Yield Curves », *Journal of Business*, vol. 60, n° 4, p. 473-489.