

La modélisation de l'évolution des taux de défaillance sectoriels en situation de crise : l'importance des non-linéarités

Miroslav Misina et David Tessier

La conduite de simulations de crise à un niveau agrégé vise à mieux cerner les circonstances susceptibles de nuire au fonctionnement du système financier et d'avoir des répercussions dans l'ensemble de l'économie (répercussions dites « systémiques »). Dans les modèles couramment utilisés pour simuler l'évolution du risque de crédit global, on suppose que les chocs macroéconomiques ont une incidence sur les institutions financières par le biais de leur effet sur la probabilité de défaillance des entreprises à l'échelon individuel ou sectoriel¹. Par conséquent, la modélisation judicieuse de la relation entre les variables macroéconomiques et le taux de défaillance revêt une importance primordiale.

Dans le présent article, nous examinons comment la forme fonctionnelle retenue dans les régressions influe sur les profils de réaction qu'affichent les probabilités de défaillance en cas de crise. Plus particulièrement, nous soutenons que l'hypothèse de linéarité impose de sérieuses contraintes à la fonction de réponse des probabilités de défaillance face aux chocs macroéconomiques. Ces contraintes sont tout à fait inappropriées dans le cadre d'exercices de simulation de crise. Pour remédier à ce problème, nous faisons intervenir des non-linéarités à l'aide d'un mécanisme simple mais efficace et illustrons au moyen d'exemples leurs incidences sur les profils de réaction obtenus.

Nous exposons d'abord à grands traits la nature des contraintes inhérentes à l'hypothèse de linéarité et le cadre restrictif qu'elles imposent à la conduite de simulations de crise. Nous comparons ensuite empiriquement les résultats des modèles linéaire et non linéaire en faisant varier le degré de gravité de la récession et les conditions économiques initiales. En conclusion, nous nous penchons sur la portée générale de nos résultats dans l'optique des simulations de crise.

1. Voir entre autres Jiménez et Mencia (2007), Virolainen (2004) ou Wilson (1997). L'étude de Misina, Tessier et Dey (2006), dont un résumé figure aux pages 59 à 62 de la présente livraison, décrit dans ses grandes lignes la structure de ces modèles.

Importance de la prise en compte des non-linéarités

La relation entre la probabilité de défaillance π et l'ensemble des variables explicatives x peut s'exprimer ainsi :

$$\pi = f(x).$$

On pourrait simplement poser que f est une fonction linéaire, mais cette façon de procéder a plusieurs conséquences indésirables. Pour le comprendre, prenons l'exemple où $\pi = ax$. L'incidence d'une variation de x est donnée par

$$\frac{d\pi}{dx} = a.$$

Cette expression simple montre clairement que les modèles linéaires comportent des contraintes importantes lorsque vient le temps de simuler la réaction des variables. Ces modèles possèdent les propriétés suivantes :

- *Symétrie* : l'ampleur de la réaction est identique, que le choc soit favorable ou non.
- *Proportionnalité* : la réaction est proportionnelle à la modification de la variable exogène.
- *Indépendance temporelle* : la réaction ne dépend pas des conditions de départ (x).

Aucune de ces contraintes n'est souhaitable dans le contexte de la conduite de simulations de crise, où les caractéristiques d'asymétrie, de non-proportionnalité et de dépendance temporelle semblent plus appropriées. Ainsi, il est normal qu'un choc défavorable ait une incidence différente sur les entreprises selon que l'économie traverse une période de récession ou d'expansion.

Dans les simulations de crise, on retient généralement des scénarios assez extrêmes mais plausibles, de sorte que les chocs envisagés sont très importants. Compte tenu de l'ampleur des chocs, les approximations linéaires d'un processus vraisemblablement non linéaire risquent fort de donner de piètres résultats.

Pour obtenir des profils de réaction dont les caractéristiques soient plus appropriées, il convient de lever l'hypothèse de linéarité. Pour ce faire, on peut introduire des termes d'ordre supérieur tout en conservant la propriété d'additivité. À l'équation non linéaire

$$\pi = ax + bx^2 + cx^3$$

correspond la fonction de réponse

$$\frac{d\pi}{dx} = a + 2bx + 3cx^2,$$

qui génère des réactions asymétriques, non proportionnelles et dépendantes du temps. Avec ce type de fonction, l'effet des chocs varie, sur les plans tant qualitatif que quantitatif, selon que le contexte économique est favorable ou défavorable.

Exemples

Les exemples qui suivent prennent pour point de départ l'équation de régression linéaire présentée dans Misina, Tessier et Dey (2006), où la probabilité de défaillance dans le secteur considéré est modélisée de la manière suivante :

$$\ln\left(\frac{\pi_t}{1-\pi_t}\right) = \mu + \sum_{l=1}^L \beta_l X_{t-l} + e_t,$$

en fonction des valeurs passées de deux variables macroéconomiques canadiennes : le PIB réel et le taux d'intérêt réel. L'une des façons d'introduire des non-linéarités dans l'équation est d'y faire intervenir des termes d'ordre supérieur tout en conservant la propriété d'additivité :

$$\ln\left(\frac{\pi_t}{1-\pi_t}\right) = \mu + \sum_{l=1}^L \beta_l^{(1)} X_{t-l} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{(2)} X_{t-l}^2 + \sum_{l=1}^L \beta_l^{(3)} X_{t-l}^3 + e_t$$

Les principaux avantages de cette méthode sont la simplicité et la souplesse. L'ajout de variables et de termes d'ordre supérieur ne présente pas de difficultés, car la relation entre les paramètres demeure linéaire.

Les données utilisées dans les régressions sont le taux de croissance du PIB réel du Canada, le taux d'intérêt réel des prêts à moyen terme aux entreprises² et le taux de défaillance dans chaque secteur

2. Le taux d'intérêt réel à moyen terme est égal au taux d'intérêt nominal diminué de l'inflation attendue, laquelle a été calculée en faisant la moyenne géométrique des taux d'inflation enregistrés les cinq années suivantes.

(pour représenter la probabilité de défaillance des entreprises du secteur). Les données vont du premier trimestre de 1987 au quatrième trimestre de 2005. Le calcul des taux de défaillance sectoriels est exposé en détail dans l'encadré.

Pour étudier l'incidence de l'introduction de non-linéarités, nous formulons une prévision concernant les taux de défaillance sectoriels pour les années postérieures à la récession observée au début des années 1990 — qui était à son plus fort entre le quatrième trimestre de 1990 et le troisième trimestre de 1991. Les prévisions sont établies à partir du quatrième trimestre de 1991³. Le Graphique 1 présente l'évolution observée des taux de défaillance et les prévisions issues des modèles linéaire et non linéaire⁴. La supériorité du modèle non linéaire est particulièrement apparente durant cette période de fortes tensions, où le taux de défaillance a atteint un sommet sans précédent. Comme l'indique clairement le Graphique, le modèle non linéaire réussit beaucoup mieux que le modèle linéaire à reproduire le comportement des taux de défaillance au cours de la période. Les profils d'évolution obtenus à l'aide des deux modèles se rapprochent à mesure que les effets de la récession s'atténuent.

Afin de mieux saisir les limites inhérentes au modèle linéaire, nous procédons à deux expériences, en faisant varier, d'une part, le degré de gravité de la récession et, d'autre part, les conditions économiques initiales. Nous modifions de manière exogène le PIB du Canada pendant la période allant du quatrième trimestre de 1990 au troisième trimestre de 1991, puis estimons les retombées de cette modification sur le PIB et le taux d'intérêt durant la période qui suit au moyen d'un modèle vectoriel autorégressif à deux variables⁵.

Degré de gravité de la récession

Dans cette expérience, la récession est supposée très modeste (10 % de la gravité de celle de 1990-1991). Les chiffres de la croissance du PIB sont multipliés par 0,1 pour la période allant du quatrième trimestre de 1990 au troisième trimestre de 1991.

3. Notre équation comprend quatre retards, ce qui permet d'inclure le quatrième trimestre de 1990 et les trois premiers de 1991.
4. Les résultats exposés ici concernent uniquement le secteur de la fabrication. Les résultats relatifs aux autres branches d'activité (hébergement, construction, commerce de détail) sont similaires sur le plan qualitatif.
5. Nous avons appliqué la méthode proposée dans Jordà (2005), fondée sur une série de régressions où la variable endogène se voit assigner la valeur de la période suivante à chaque nouvelle itération.

Construction d'une mesure des taux de défaillance sectoriels

Les probabilités de défaillance sont un élément indispensable de tout modèle d'évaluation du risque de crédit. L'estimation de la relation entre les variables macroéconomiques et les taux de défaillance nécessite une longue série de données relatives à ces taux. Bien qu'il existe certains chiffres concernant les grandes sociétés cotées en bourse, on ne dispose pas, pour le Canada, de séries longues portant sur un large éventail d'entreprises. Nous présentons ici une méthode pour construire un tel ensemble de données, en abordant tour à tour les divers problèmes qu'elle soulève.

Misina, Tessier et Dey (2006) ont recours aux taux de faillite (rapport des faillites au nombre total d'établissements dans un secteur donné) pour représenter les probabilités de défaillance sectorielles. Les données proviennent du Bureau du surintendant des faillites (dans le cas du numérateur) et de Statistique Canada (dans le cas du dénominateur).

Leur approche soulève deux problèmes : premièrement, les faillites ne constituent pas une bonne approximation des incidents qui se répercutent sur les banques et le capital économique de ces dernières. La faillite représente le stade ultime de la dégradation de la situation d'une entreprise. Avant d'en arriver là, l'entreprise franchit généralement deux autres étapes (défaut de paiement des intérêts, échange de dettes en situation de détresse financière¹), qui entraîneront toutes deux des pertes pour le prêteur. Pour tenir compte de tous ces incidents de crédit, les agences de notation ont adopté une définition large de la défaillance, qui va du retard dans les paiements à la faillite. L'utilisation du nombre des faillites entraînerait une sous-estimation du nombre des incidents de crédit qui influent sur le risque de crédit des banques.

Deuxièmement, l'inclusion du nombre total des établissements d'un secteur reflète mal les pratiques de prêt des banques, pour qui seuls comptent les établissements emprunteurs. En ayant recours au total des établissements, on se trouverait encore une

fois à sous-estimer le nombre des incidents influant sur le risque de crédit des banques².

Pour combler ces lacunes, nous construisons, à partir des données relatives aux taux de faillite, de nouvelles mesures rendant mieux compte des incidents de crédit qui touchent les banques.

Les corrections effectuées s'appuient sur les renseignements suivants :

- Les données publiées par Moody's pour la période de 1989 à 2005 indiquent que les faillites représentent environ le tiers des cas de défaillance³.
- Selon les résultats de l'Enquête sur le financement des petites et moyennes entreprises que Statistique Canada a menée en 2004, les PME constituent 99,7 % des établissements commerciaux du Canada⁴.
- L'Enquête auprès des fournisseurs de services de financement aux entreprises effectuée par Statistique Canada en 2005 dresse un portrait particulièrement détaillé des activités de prêt des banques auprès des PME canadiennes. Au nombre des renseignements fournis figurent des données sur le financement par emprunt des entreprises clientes selon le montant de crédit autorisé (section B2), ainsi que des données concernant les pertes sur prêts selon le montant de crédit autorisé (section B6), pour les années 2000 à 2005. Ces données peuvent être utilisées en vue de construire une série chronologique des taux de défaillance pour cette période⁵.

1. Situation où l'émetteur offre aux porteurs d'obligations un nouveau titre ou un nouvel ensemble de titres correspondant à un engagement financier moindre, en vue d'aider l'emprunteur à éviter la défaillance.

2. De plus, comme le nombre d'établissements est supérieur au nombre d'entreprises dans un secteur donné et que les faillites sont déclarées à l'échelon de l'entreprise, le choix du nombre d'établissements pour dénominateur se traduira par une autre sous-estimation du taux de faillite.

3. Voir le document intitulé *Default and recovery rates of Canadian corporate bond issuers, 1989-2005* (avril 2006). Moody's fournit aussi des données sur les taux de défaillance, mais seulement pour les entreprises qui l'intéressent. Ce nombre est relativement faible, en particulier pour la période antérieure au milieu des années 1990, d'où une forte variabilité des taux de défaillance attribuable au très petit nombre de cas de défaillance pris en compte.

4. strategis.ic.gc.ca/epic/site/sbrp-rppe.nsf/fr/rd00999f.html, Tableau 2.

5. La première enquête ayant été menée en 2000, les données ne sont disponibles qu'à partir de cette année-là. (sme-fdi.ic.gc.ca/epic/site/sme_fdi-prf_pme.nsf/vwapj/SurveyofSuppliersTables_Fr.pdf / SFILE/SurveyofSuppliersTables_Fr.pdf)

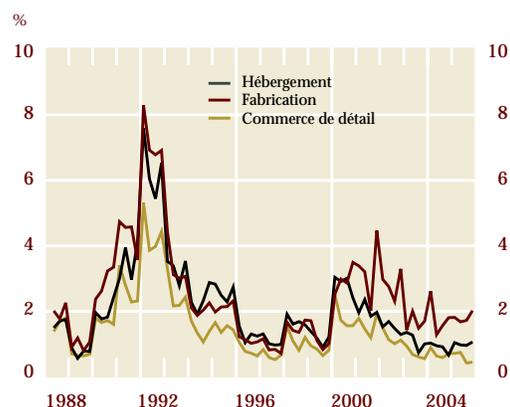
Construction d'une mesure des taux de défaillance sectoriels (suite)

Les données sont donc corrigées en deux étapes :

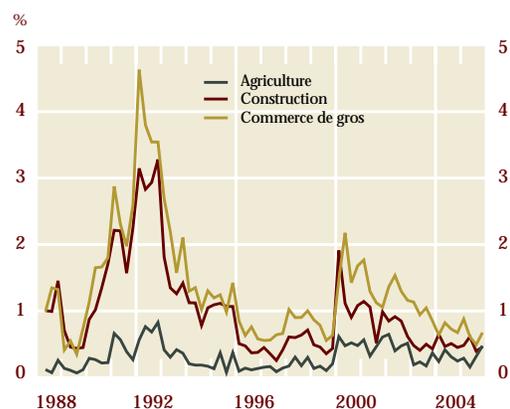
- Premièrement, nous employons les données de Moody's pour convertir les taux de faillite en taux de défaillance⁶. Une correction distincte est effectuée pour chaque année, en révisant à la hausse le taux de faillite à la lumière du ratio des défaillances aux faillites pour l'année en question, afin de tenir compte des différences d'évolution des faillites et des défaillances au fil du temps⁷.
- Nous comparons ensuite les chiffres obtenus et les taux de défaillance observés entre 2000 et 2005, en vue d'apporter des corrections additionnelles au besoin. Celles-ci consistent à revoir à la hausse ou à la baisse l'ensemble de la série pour qu'elle colle le mieux possible aux données d'enquête.

Les Graphiques A et B font état des séries corrigées, et le Graphique C présente une comparaison des taux de défaillance corrigés et des taux observés entre 2000 et 2005. L'adéquation est assez bonne entre les deux séries, tant en valeurs annuelles qu'en valeurs moyennes, mais il convient de garder à l'esprit que la correction est fondée sur un échantillon restreint de faillites et de défaillances recensées par Moody's.

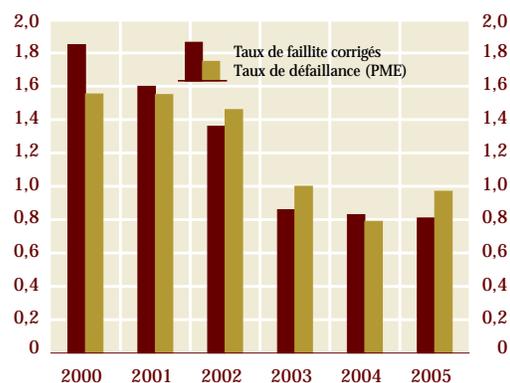
Graphique A
Taux de défaillance sectoriels obtenus après correction



Graphique B
Taux de défaillance sectoriels obtenus après correction

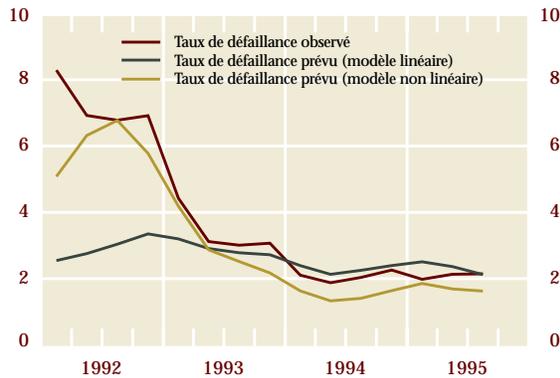


Graphique C
Comparaison des taux de défaillance moyens



- Comme les données de Moody's portent principalement sur les grandes sociétés cotées en bourse, le rapport de un à trois, selon Moody's, entre les taux de faillite et les taux de défaillance n'est pas nécessairement représentatif de la relation observée plus généralement. Cela dit, la deuxième étape de correction vise justement à éliminer tout biais de cette nature.
- Ces différences sont imputables au fait que les incidents de crédit (p. ex., les défauts de paiement des intérêts) sont beaucoup plus sensibles aux changements de la conjoncture économique que les faillites, qui représentent le dernier stade de la détresse et sont généralement décalées dans le temps.

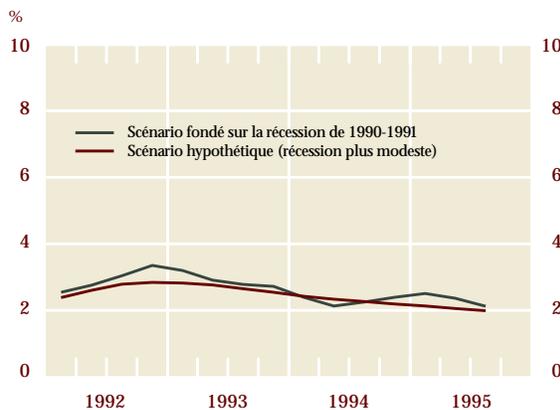
Graphique 1
Taux de défaillance observé et prévus dans le secteur de la fabrication



Toutes choses égales par ailleurs, cette réduction du degré de gravité de la récession devrait se traduire par une diminution marquée des taux de défaillance prévus par le modèle.

Les Graphiques 2 et 3 montrent les résultats obtenus au moyen des modèles linéaire et non linéaire, respectivement. Dans les deux graphiques, l'évolution des taux de défaillance prévus dans le scénario fondé sur la récession de 1990-1991 est comparée à celle des taux prédits dans le scénario où la récession est modeste. Le modèle non linéaire s'avère bien plus sensible à la taille du choc que le modèle linéaire, et l'écart est d'autant plus marqué que le choc est grand. Ce résultat s'explique en majeure partie par le fait que le modèle non linéaire n'est pas soumis à l'hypothèse de proportionnalité; l'effet des chocs peut par conséquent être amplifié. Il en va autrement pour le modèle linéaire.

Graphique 2
Effet de la modification du degré de gravité de la récession sur le taux de défaillance d'après le modèle linéaire



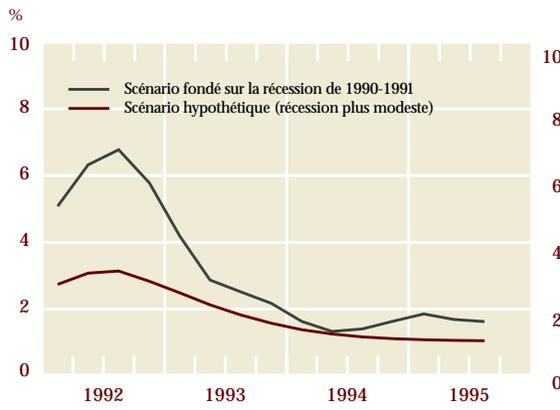
Conditions économiques initiales

Dans cette expérience, nous modifions les conditions en vigueur avant la récession pour les faire passer de défavorables (croissance du PIB presque nulle) à favorables (croissance de 3 %, analogue à celle enregistrée au Canada depuis quelques années). Si la conjoncture initiale est meilleure, une diminution du PIB de l'ordre de celle qui s'est produite en 1991 devrait avoir une incidence bien inférieure à celle observée en réalité, puisque les entreprises sont mieux en mesure d'absorber les chocs quand le contexte économique général est favorable.

Les Graphiques 4 et 5 illustrent les résultats obtenus à l'aide des modèles linéaire et non linéaire, respectivement. Dans les deux cas, on observe une baisse du taux de défaillance par rapport à celui calculé au départ, mais la différence est beaucoup plus prononcée dans le cas du modèle non linéaire. En effet, le modèle non linéaire ne prédit plus qu'une légère variation du taux de défaillance, alors qu'avec le modèle linéaire la courbe s'est simplement déplacée vers le bas, de façon quasi parallèle⁶. D'après cet exemple, la modification des conditions initiales n'a pas d'effet sur la forme de la courbe tirée du modèle linéaire.

Ces résultats signifient que, pour induire un effet sur les taux de défaillance comparable à celui observé lors de la récession de 1991, le recul du PIB doit être beaucoup plus important si la conjoncture initiale est favorable que si elle ne l'est pas.

Graphique 3
Effet de la modification du degré de gravité de la récession sur le taux de défaillance d'après le modèle non linéaire



6. Le déplacement serait parfaitement parallèle si les deux variables explicatives étaient fixées de manière exogène. Or, le taux d'intérêt est établi de façon endogène dans notre modèle.

Conclusions

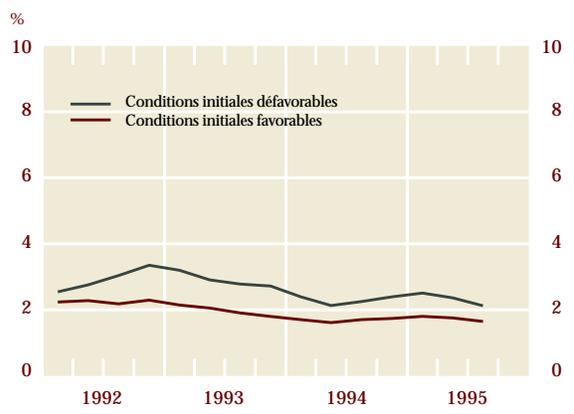
Les résultats présentés ici amènent à s'interroger sur l'utilité des modèles linéaires pour la conduite de simulations de crise. Ces modèles ne parviennent pas à générer des valeurs vraisemblables lorsque surviennent des événements très peu probables. En outre, ils sont peu sensibles aux modifications des conditions initiales. Résultat, ils sous-estiment généralement l'effet des chocs durant les périodes difficiles, et ils ne tiennent pas compte du fait que l'économie résiste mieux à un choc d'ampleur donnée lorsque la conjoncture initiale est favorable. Pour surmonter ce problème, nous proposons d'écarter l'hypothèse de linéarité au profit d'une hypothèse plus plausible.

L'importance des non-linéarités est tributaire bien sûr de la nature de l'échantillon et de la fréquence des périodes de tensions. Même dans les cas où l'échantillon ne comprend qu'une seule période de tensions, il se peut que l'inclusion de termes non linéaires aide à mieux en rendre compte, mais la question de la robustesse du modèle mériterait alors d'être posée. Une évaluation rigoureuse de cette robustesse nécessiterait l'analyse d'un échantillon comportant plus d'une période de tensions.

Bibliographie

- Jiménez, G., et J. Mencía (2007). « Modelling the Distribution of Credit Losses with Observable and Latent Factors », document de travail n° 0709, Banque d'Espagne.
- Jordà, Ò. (2005). « Estimation and Inference of Impulse Responses by Local Projections », *American Economic Review*, vol. 95, n° 1, p. 161-182.
- Misina M., D. Tessier et S. Dey (2006). « Stress Testing the Corporate Loans Portfolio of the Canadian Banking Sector », document de travail n° 2006-47, Banque du Canada.
- Virolainen, K. (2004). « Macro Stress Testing with a Macroeconomic Credit Risk Model for Finland », Banque de Finlande, coll. « Discussion Papers », n° 18/2004.
- Wilson, T. (1997). « Portfolio Credit Risk (I) », *Risk*, vol. 10, n° 9, p. 111-119.

Graphique 4
Effet de la modification des conditions initiales sur le taux de défaillance d'après le modèle linéaire



Graphique 5
Effet de la modification des conditions initiales sur le taux de défaillance d'après le modèle non linéaire

